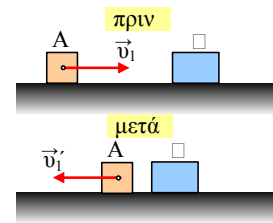


4.1. Κρούσεις.

4.1. Ταχύτητες κατά την ελαστική κρούση.

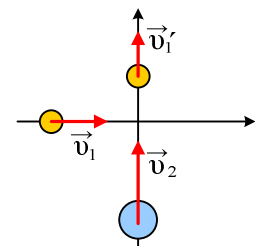
Σε λείο οριζόντιο επίπεδο κινείται ένα σώμα Α μάζας $m_1 = 0,2\text{kg}$ με ταχύτητα $v_1 = 6\text{m/s}$ και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερο σώμα Β μάζας $m_2 = 0,4\text{kg}$. Μετά την κρούση το Α σώμα έχει ταχύτητα ίδιου μέτρου, αλλά αντίθετης φοράς.



- i) Να βρεθεί η αρχική ταχύτητα του σώματος Β.
- ii) Ποια η μεταβολή της ορμής του Α σώματος που οφείλεται στην κρούση;
- iii) Για τη στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητα του σώματος Α:
 - α) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος Β.
 - β) Πόση είναι η δυναμική ενέργεια λόγω παραμόρφωσης των δύο σωμάτων;
- iv) Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης που δέχτηκε το σώμα Β στη διάρκεια της κρούσης.

4.2. Η Ορμή είναι διάνυσμα.

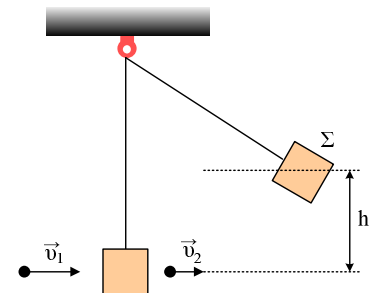
Σε μια κρούση δύο μπάλες Α και Β με μάζες $m_1 = 2\text{kg}$ και $m_2 = 4\text{kg}$ κινούνται σε κάθετες διευθύνσεις σε λείο οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα με ταχύτητες $v_1 = 4\text{m/s}$ και $v_2 = 6\text{m/s}$. Μετά την κρούση η Α μπάλα κινείται στον άξονα y με ταχύτητα $v_1' = 3\text{m/s}$.



- i) Σε ποια διεύθυνση και με τι ταχύτητα θα κινηθεί η Β μπάλα.
- ii) Η παραπάνω κρούση είναι ελαστική;

4.3. Κρούση και Ενέργεια.

Ένα σώμα Σ μάζας $M = 2\text{kg}$ ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός νήματος μήκους $l = 2,5\text{m}$. Σε μια στιγμή στο σώμα Σ προσπίπτει ένα βλήμα μάζας $m_1 = 0,1\text{kg}$ με ταχύτητα $v_1 = 200\text{m/s}$, το διαπερνά και εξέρχεται με ταχύτητα $v_2 = 100\text{m/s}$.



A) Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λαθεμένες:

- i) Κατά τη διάρκεια της κρούσης διατηρείται η ορμή του βλήματος.
- ii) Η ορμή του συστήματος σώμα Σ-βλήμα, διατηρείται κατά την κρούση.
- iii) Η Μηχανική ενέργεια διατηρείται κατά την κρούση.
- iv) Μετά την κρούση το σώμα Σ κινείται μέχρι να ανέβει σε ύψος h. Κατά τη διάρκεια της κίνησης αυτής η Μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή.

B) Ποια ταχύτητα αποκτά το σώμα Σ μετά την κρούση;

Γ) Να υπολογίσετε το ύψος h.

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

4.4. Ελαστική κρούση και μεταβολή της ορμής

Μια σφαίρα Α μάζας $m_1 = 2\text{kg}$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $v_1 = 10\text{m/s}$ και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Β μάζας $m_2 = 3\text{kg}$. Να υπολογιστούν:

- i) Οι ταχύτητες των σφαιρών μετά τη κρούση
- ii) Η μεταβολή της ορμής κάθε σφαίρας που οφείλεται στην κρούση.

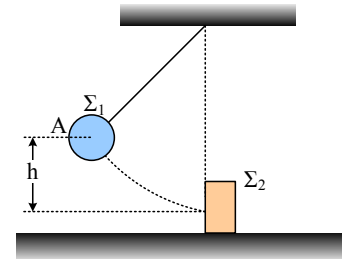
4.5. Το έργο της δύναμης στη διάρκεια μιας κρούσης.

Ένα σώμα Σ_1 μάζας $m_1=4\text{kg}$ είναι δεμένο στο άκρο νήματος και αφήνεται να κινηθεί από ύψος $h=0,2\text{m}$, όπως στο σχήμα, από τη θέση A. Μόλις το νήμα γίνεται κατακόρυφο, το Σ_1 συγκρούεται μετωπικά με ένα δεύτερο ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m_2=1\text{kg}$. Αν $g=10\text{m/s}^2$:

- i) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος Σ_1 πριν την κρούση.

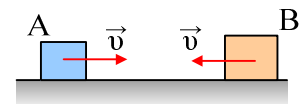
Αν μετά την κρούση το σώμα Σ_1 έχει ταχύτητα ίδιας κατεύθυνσης και μέτρου $v_1=1,2\text{m/s}$, να βρεθούν:

- ii) Το έργο της δύναμης που ασκήθηκε στο Σ_2 κατά τη διάρκεια της κρούσης.
- iii) Η μέση δύναμη που ασκήθηκε στο σώμα Σ_1 στη διάρκεια της κρούσης, αν η διάρκειά της είναι $\Delta t=0,2\text{s}$.



4.6. Ορμή και κινητική ενέργεια στη διάρκεια της κρούσης

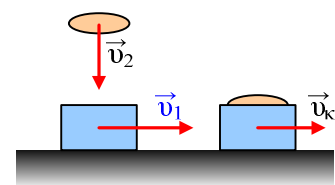
Σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο κινούνται δύο σώματα A και B, με μάζες 2kg και 3kg αντίστοιχα και ταχύτητες ίσων μέτρων 5m/s, όπως στο σχήμα. Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά.



- i) Ποιες οι ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την κρούση;
- ii) Σε μια στιγμή στη διάρκεια της κρούσης, το σώμα A σταματά στιγμιαία.
 - a) Ποια η ταχύτητα του B σώματος τη στιγμή αυτή;
 - b) Πόση είναι τη στιγμή αυτή η δυναμική ενέργεια παραμόρφωσης των δύο σωμάτων;

4.7. Η ορμή διατηρείται σε κάθε κρούση:

Ένα σώμα A μάζας $M=3\text{kg}$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $v_1=10\text{m/s}$. Σε μια στιγμή πέφτει πάνω του και προσκολλάται ένα δεύτερο σώμα B μάζας $m=2\text{kg}$ το οποίο τη στιγμή της κρούσης είχε κατακόρυφη ταχύτητα $v_2=8\text{m/s}$. Να βρεθεί η ταχύτητα του συσσωματώματος.



4.8. Ποσοστό μεταφοράς Κινητικής Ενέργειας στην ελαστική κρούση.

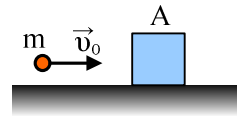
Μια σφαίρα με μάζας $m_1=1\text{kg}$ κινείται με ταχύτητα $v_1=10\text{m/s}$ και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με μια άλλη σφαίρα B μάζας m που αρχικά είναι ακίνητη.



- i) Να βρεθεί το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της A σφαίρας που μεταφέρεται στην B, σε συνάρτηση με τη μάζα της B σφαίρας.
- ii) Σε ποια περίπτωση το ποσοστό αυτό είναι:
 - a) Μέγιστο
 - β) Ελάχιστο.

4.9. Απόλεια μηχανικής ενέργειας στην πλαστική κρούση

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα A μάζας M. Σε μια στιγμή ένα βλήμα μάζας m που κινείται οριζόντια με ταχύτητα v_0 , σφηνώνεται στο σώμα A.



- Να αποδειχτεί ότι κατά την κρούση παρουσιάζεται απόλεια κινητικής ενέργειας.
- Να υπολογίσετε το ποσοστό επί τοις % της αρχικής κινητικής ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμότητα.
- Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή του παραπάνω ποσοστού;

4.10. Ελαστική Κρούση με τοίχο.

Μια μικρή σφαίρα μάζας 0,1kg κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα 40m/s και πέφτει σε μια ακλόνητη επιφάνεια, σχηματίζοντας γωνία $\theta=60^\circ$ με την κάθετη στην επιφάνεια στο σημείο πρόσπτωσης. Αν η κρούση είναι ελαστική και διαρκεί 0,2s, να βρεθούν:

- Η ταχύτητα μετά την κρούση και
- Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας.
- Η μέση δύναμη που δέχτηκε από την επιφάνεια.

4.11. Είναι ελαστική η κρούση;

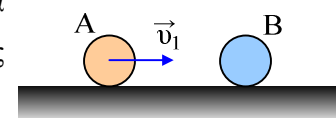
Σε ένα οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δυο σώματα A και B με μάζες $m_1=0,95\text{kg}$ και $m_2=2\text{kg}$, όπου το B είναι δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς $k=10\text{N/m}$, το οποίο έχει το φυσικό του μήκος. Τα σώματα παρουσιάζουν με το επίπεδο συντελεστή τριβής $\mu=0,5$ και η απόσταση μεταξύ τους είναι $d=2\text{m}$. Σε μια στιγμή ένα βλήμα μάζας $m=50\text{g}$ το οποίο κινείται οριζόντια πάνω στην ευθεία που συμπίπτει με τον άξονα του ελατηρίου, με ταχύτητα $v=120\text{m/s}$ σφηνώνεται στο σώμα A.



- Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος A μετά την κρούση.
- Με ποια ταχύτητα το A σώμα φτάνει στο σώμα B;
- Αν τελικά το σώμα A, μετά τη δεύτερη κρούση, σταματήσει αφού μετακινηθεί κατά 10cm προς τα αριστερά, να εξετασθεί αν η κρούση μεταξύ των σωμάτων A και B ήταν ελαστική και να υπολογιστεί η τελική απόσταση μεταξύ των σωμάτων, μετά την ακινητοποίησή τους.

4.12. Ελαστική κρούση, δυνάμεις και τα έργα τους!!!

Μια σφαίρα A μάζας $m_1=2\text{kg}$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $v_1=10\text{m/s}$ και συγκρούεται κεντρικά ελαστικά με ακίνητη σφαίρα B μάζας $m_2=3\text{kg}$.

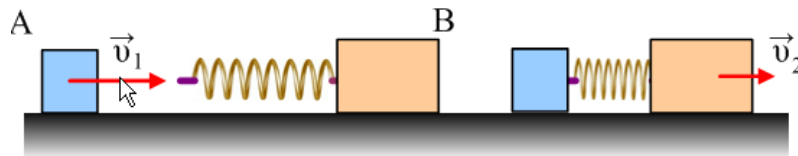


Σε μια στιγμή t_1 στη διάρκεια της κρούσης η σφαίρα B έχει ταχύτητα $v_B=6\text{m/s}$.

- Για τη στιγμή t_1 :
 - Πόση κινητική ενέργεια έχει κάθε σφαίρα;

- β) Πόση είναι η δυναμική ενέργεια παραμόρφωσης των δύο σφαιρών;
- ii) Να βρείτε τα έργα των δυνάμεων που ασκούνται μεταξύ των δύο σωμάτων από την στιγμή t_1 μέχρι το τέλος της κρούσης.
- iii) Με βάση τα παραπάνω αποτελέσματα χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λαθεμένες.
- Κατά τη διάρκεια μιας ελαστικής κεντρικής κρούσης η ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή.
 - Κατά τη διάρκεια μιας ελαστικής κεντρικής κρούσης η κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
 - Κατά τη διάρκεια μιας ελαστικής κεντρικής κρούσης η ορμή κάθε σφαίρας παραμένει σταθερή.
 - Η παραμόρφωση των σφαιρών είναι ελαστική.
 - Τα έργα της δράσης – αντίδρασης είναι αντίθετα.
- στ) Οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των δύο σφαιρών κατά τη διάρκεια μιας ελαστικής κεντρικής κρούσης είναι συντηρητικές.

4.13. Ένα μονωμένο σύστημα με ένα ελατήριο.



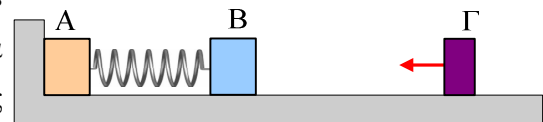
Ένα σώμα A μάζα $m_1=2\text{kg}$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $v_1=14\text{m/s}$ και προσπίπτει στο ελεύθερο άκρο ενός ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε δεύτερο σώμα B $m_2=5\text{kg}$, το οποίο είναι ακίνητο. Σε μια στιγμή μετά από ελάχιστο χρόνο το σώμα B έχει ταχύτητα $v_2'=6\text{m/s}$ και επιτάχυνση $a_2=4\text{m/s}^2$.

Ζητούνται για τη στιγμή αυτή:

- Η ταχύτητα του σώματος A και
- Η επιτάχυνση του A σώματος.
- Η ενέργεια του ελατηρίου.

4.14. Μηχανικό σύστημα και Ελαστική κρούση.

Στο σχήμα το σώμα Γ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v_0=3\text{m/s}$ και για $t=0$ συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το σώμα B. Αν $m_A=m_B=2m_\Gamma=2\text{kg}$ και το ελατήριο έχει φυσικό μήκος $0,5\text{m}$ και σταθερά $K=128\text{N/m}$, ζητούνται:

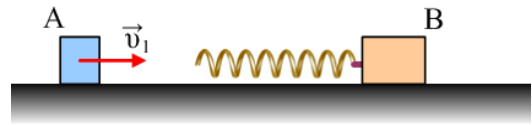


- Η ταχύτητα του σώματος B μετά την κρούση.
- Η ελάχιστη απόσταση μεταξύ των σωμάτων A και B.
- Ποια χρονική στιγμή το A θα αποσπασθεί από τον τοίχο.
- Ποια η δύναμη που δέχεται το σώμα A από τον τοίχο, σε συνάρτηση με τον χρόνο, αν η κρούση έγινε για $t=0$ και είχε αμελητέα διάρκεια.
- Η μέγιστη ταχύτητα του A.

Αρχικά τα σώματα A και B ήταν ακίνητα και δεμένα με το ελατήριο ενώ το επίπεδο είναι λείο.

4.15. Μοντελοποίηση της Πλαστικής και της Ελαστικής κρούσης.

Ένα σώμα A μάζα $m_1=2\text{kg}$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $v_1=10\text{m/s}$ και προσπίπτει στο ελεύθερο άκρο ενός ελατηρίου σταθεράς $K=750\text{N/m}$ και φυσικού μήκους $0,5\text{m}$, το



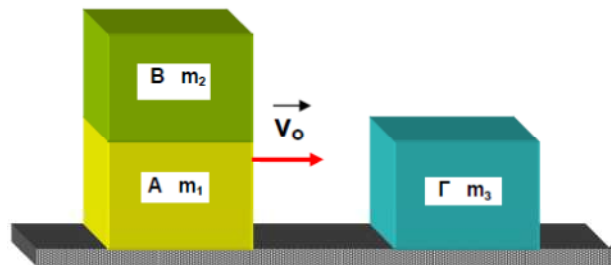
άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε δεύτερο σώμα B $m_2=3\text{kg}$, το οποίο είναι ακίνητο.

Ζητούνται:

- Η ελάχιστη απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων.
- Η μέγιστη επιτάχυνση που αποκτά το σώμα B.
- Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος B, τη στιγμή που έχει μέγιστη επιτάχυνση.
- Οι τελικές ταχύτητες των δύο σωμάτων.

4.16. Σύγκρουση τριών κύβων

Οι τρεις κύβοι A, B, Γ του σχήματος, έχουν ίσες διαστάσεις και μάζες $m_1 = m_2 = m_3 = m$. Ο κύβος Γ ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ενώ το σύστημα των κύβων A και B, κινείται οριζόντια χωρίς τριβές με ταχύτητα μέτρου $v_0 = 12\text{ m/s}$. Ο κύβος A προσκρούει μετωπικά στον κύβο Γ. Μετά την πρόσκρουση οι κύβοι



A και Γ, ενώνονται και κινούνται ως συσσωμάτωμα, ενώ ο κύβος B, περνά πάνω στον κύβο Γ όπου και παραμένει. Η θερμική ενέργεια που παράγεται κατά την ολίσθηση του κύβου B μέχρι να περάσει ολόκληρος πάνω στον κύβο Γ, είναι $Q = 72\text{ J}$.

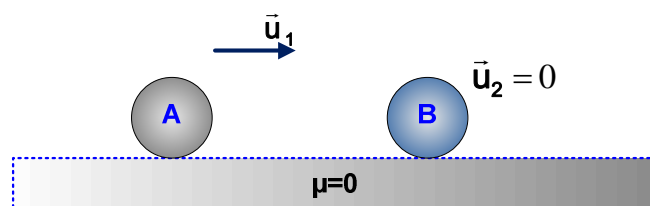
Να υπολογίσετε:

- Την τελική ταχύτητα του συστήματος.
- Τις μάζες των κύβων.
- Τη θερμική ενέργεια που εκλύεται κατά την πρόσκρουση του κύβου A στον κύβο Γ.
- Το κλάσμα της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος των κύβων A-B που γίνεται θερμική ενέργεια κατά την διάρκεια του φαινομένου.

Δεχόμαστε ότι η απώλεια μηχανικής ενέργειας κατά την διάρκεια του φαινομένου, οφείλεται σε μετατροπή της σε θερμική ενέργεια.

4.17. Μετωπική Ελαστική Κρούση

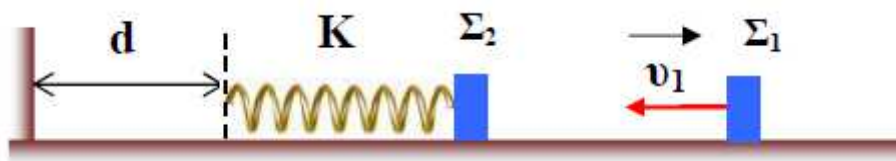
Μια σφαίρα A μάζας m_1 κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα u_1 και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα B μάζας m_2 ($m_2 < m_1$).



Αν οι δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ των δύο σφαιρών κατά την κρούση θεωρηθούν σταθερές:

- Να προσδιοριστούν οι τελικές ταχύτητες των δύο σφαιρών σε συνάρτηση με την ταχύτητα u_1 . Να δείξετε ότι σε κάποια χρονική στιγμή οι σφαίρες αποκτούν κοινή ταχύτητα.
 - Αν κατά τη χρονική στιγμή που οι δυο σφαίρες αποκτούν κοινή ταχύτητα, το ποσοστό της αρχικής ενέργειας που έχει μετατραπεί σε ενέργεια παραμόρφωσης είναι 10%, να προσδιοριστεί ο λόγος των μαζών των δυο σφαιρών.
- Ποιο το ποσοστό της αρχικής ορμής της σφαίρας Α που μεταφέρθηκε στη σφαίρα Β;
 - Να σχεδιάσετε σε κοινό διάγραμμα τις γραφικές παραστάσεις $p-t$ για τις δυο σφαίρες

4.18. Ελαστική κρούση δυο σωμάτων, το ένα δεμένο σε ελεύθερο οριζόντιο ελατήριο



Το σώμα Σ_2 του σχήματος μάζας m_2 , ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 400 \text{ N/m}$. Το ελεύθερο άκρο του ελατηρίου απέχει από κατακόρυφο τοίχο απόσταση $d = 8\pi/5 \text{ m}$. Το σώμα Σ_1 , μάζας m_1 , κινείται κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα u_1 συγκρούεται με το Σ_2 κεντρικά ελαστικά και μετά την κρούση κινείται με ταχύτητα u_1' .

Το ελατήριο μετά την κρούση προσκρούει στον τοίχο, και υφίσταται μέγιστη συσπείρωση $x_{\max} = 0,4 \text{ m}$.

Αν το σώμα Σ_2 σταματά στιγμιαία για πρώτη φορά σε χρόνο $\Delta t = 9\pi/20 \text{ s}$ μετά την κρούση, και $m_2 = 2m_1$, να υπολογίσετε:

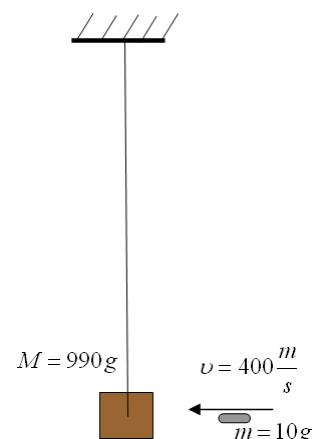
- Την ταχύτητα του σώματος Σ_2 αμέσως μετά την κρούση.
- Τις μάζες m_1 , m_2 .
- Τις ταχύτητες u_1 , u_1' .
- Το κλάσμα της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 που μετατρέπεται στιγμιαία σε μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

Δεχόμαστε ότι η κρούση είναι ακαριαία.

4.19. Ποιο πρέπει να είναι το όριο θραύσης του νήματος;

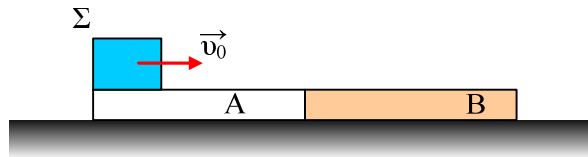
Το αμελητέων διαστάσεων σώμα μάζας M κρέμεται από αβαρές νήμα μήκους 1 m από σταθερό σημείο. Βλήμα μάζας m κινούμενο με ταχύτητα v καρφώνεται στο σώμα. Η κρούση διαρκεί ελάχιστα.

- Να βρείτε την ταχύτητα V του συσσωματώματος.
- Την απώλεια μηχανικής ενέργειας.
- Ποιο πρέπει να είναι το όριο θραύσης του νήματος ώστε να μην κοπεί;
- Βρείτε την τάση του νήματος όταν αυτό σχηματίζει γωνία 60° με την κατακόρυφο.



4.20. Κοινή ταχύτητα και πλαστική κρούση.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί σανίδα μάζας $M=3\text{kg}$ και μήκους 4m . Από το ένα άκρο της εκτοξεύουμε πάνω της σώμα Σ , αμελητέων διαστάσεων, μάζας $m=1\text{kg}$ με ταχύτητα $v_0=4\text{m/s}$.



Αν το μισό τμήμα της σανίδας Α, δεν παρουσιάζει τριβή με τη σφαίρα, ενώ το άλλο μισό Β παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,4$ ζητούνται:

- Ποια η ταχύτητα της σανίδας, όταν σταματήσει πάνω της (προφανώς κινείται πλέον μαζί της) το σώμα Σ ;
- Πόση απόσταση θα διανύσει το σώμα Σ στο τμήμα Β μέχρι να σταματήσει και βρείτε επίσης την απόσταση που διανύει η σανίδα μέχρι να σταματήσει να κινείται πάνω της το σώμα Σ ,
- Υπολογίστε τα έργα των δυνάμεων που ασκούνται στα σώματα. Τι ενεργειακές μετατροπές μετράνε τα έργα αυτά;
- Ένα σώμα μάζας $m=1\text{kg}$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $v_1=4\text{m/s}$ και συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας $M=3\text{kg}$. Ποια η κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος και ποια η απώλεια της Μηχανικής ενέργειας που οφείλεται στην κρούση;

Υλικό Φυσικής-Χημείας.

Επειδή το να μοιάζεις πράγματα, είναι καλό για όλους...