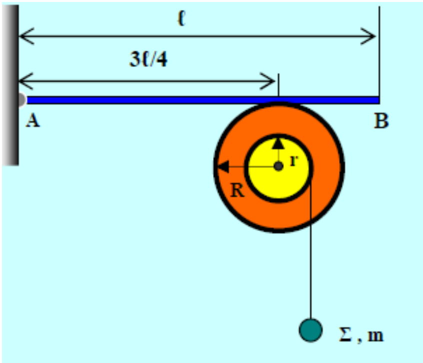
Σύνθετα θέματα στερεού

3.1. Δοκός – τροχός – σφαιρίδιο



Κατασκευάζουμε ένα τροχό ενώνοντας τις βάσεις δύο ομογενών κυλίνδρων, έτσι ώστε να αποκτήσουν κοινό άξονα όπως δείχνει το σχήμα.

Ο μεγάλος κύλινδρος έχει ακτίνα $R = 0,4$ m και ο μικρός $r = 0,2$ m. Ο τροχός μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, που ταυτίζεται με τον κοινό γεωμετρικό άξονα των κυλίνδρων. Η ροπή αδράνειας του συστήματος των ενωμένων κυλίνδρων ως προς τον άξονα αυτό, είναι $I = 0,8$ kgm².

Γύρω από τον μικρότερο κύλινδρο , είναι τυλιγμένο ένα αβαρές σχοινί, στο κάτω άκρο του οποίου είναι δεμένο ένα σφαιρίδιο Σ μάζας $m = 7,5$ kg.

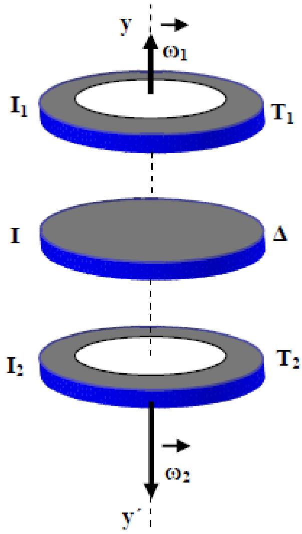
Μια ομογενής δοκός ΑΒ που το βάρος της έχει μέτρο $w = 150$ N, στηρίζεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο, και εφάπτεται στον μεγάλο κύλινδρο σε απόσταση $d = 3\ell/4$ από τη άρθρωση.

Το νήμα, δεν γλιστρά κατά την περιστροφή του συστήματος. Αρχικά συγκρατούμε τον τροχό ακίνητο, και τη χρονική στιγμή $t = 0$ τον αφήνουμε ελεύθερο, οπότε αρχίζει το νήμα να ξετυλίγεται.

Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του τροχού και της δοκού είναι $\mu = 0,1$ και $g = 10$m/s² να υπολογίσετε:

i) Την δύναμη της τριβής που ασκείται στη δοκό και να τη σχεδιάσετε πάνω στο σχήμα.
ii) Τη γωνιακή επιτάχυνση του τροχού.
iii) Την ταχύτητα του σώματος Σ την χρονική στιγμή $t = 2$ s.
iv) Τον ρυθμό μεταβολής της στοφορμής του τροχού.
v) Τον ρυθμό παραγωγής έργου πάνω στο τροχό την χρονική στιγμή $t = 2$ s.
vi) Τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του τροχού την ίδια χρονική στιγμή.
vii) Τον ρυθμό που παράγεται θερμότητα στο σημείο επαφής τροχού – δοκού , τη χρονική στιγμή που η ταχύτητα του σώματος Σ έχει μέτρο $\upsilon = 4$ m/s.

3.2. Δυο τροχοί και ένας δίσκος ανάμεσά τους έρχονται σε επαφή



Οι τροχοί T_1 , T_2 του σχήματος έχουν τραχιές επιφάνειες, και στρέφονται αντίρροπα ως προς κοινό άξονα περιστροφής y΄y, που διέρχεται από τα κέντρα τους και είναι κάθετος στα επίπεδά τους. Οι γωνιακές των ταχύτητες έχουν μέτρα $\omega_1 = 10$rad /s και $\omega_2 = 20$ rad/s αντίστοιχα. Ο δίσκος Δ είναι ακίνητος.

Τη χρονική στιγμή $t = 0$, τα τρία αυτά σώματα φέρονται σε επαφή, χωρίς να ασκηθεί εξωτερική ροπή, και τη χρονική στιγμή $t = 0,2$ s αποκτούν κοινή γωνιακή ταχύτητα γύρω από τον ίδιο άξονα περιστροφής y΄y .

Να υπολογίσετε:

i) Την κοινή γωνιακή ταχύτητα που αποκτά το σύστημα των τριών σωμάτων.

ii) Την μέση ροπή που ασκήθηκε στον δίσκο Δ.

iii) Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος των δίσκων τροχώνT_1, T_2 που μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια.

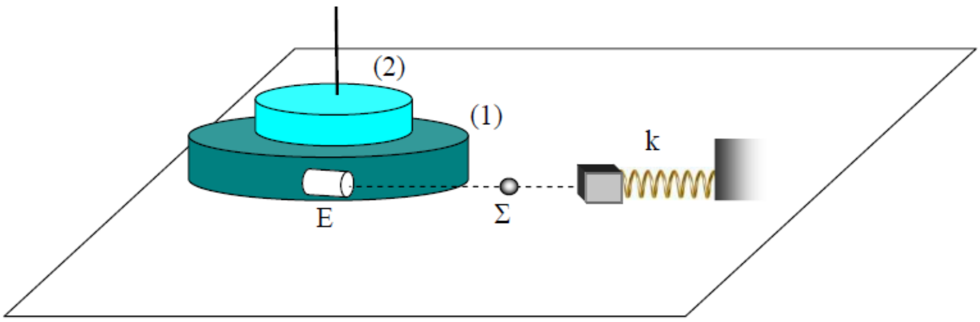
iv) Την απώλεια μηχανικής ενέργειας αν η επιφάνεια του δίσκου Δ που έρχεται σ' επαφή με το τροχό T_1 ήταν λεία.

v) Την τελική γωνιακή ταχύτητα των τροχών αν οι όλες οι επιφάνειες του δίσκου ήταν λείες.

Στον άξονα περιστροφής δεν υπάρχουν τριβές.

Οι ροπές αδράνειας των τροχών T_1 , T_2 ως προς τον άξονα περιστροφής y΄y είναι $I_1 = I_2 = 4kgm^2$, και του δίσκου Δ ως προς τον ίδιο άξονα $I = 2kgm^2$.

3.3. *Δυο τροχοί περιστρέφονται μετά από εκτόξευση βλήματος*



Οι δυο τροχοί (1) και (2) του σχήματος με μάζες $M_1 = M_2 =$ 2kg και ακτίνες $R_1 = 0{,}4m$, $R_2 = 0{,}2$ m αντίστοιχα, έχουν τραχιές επιφάνειες , και είναι τοποθετημένοι ο ένας πάνω στον άλλο, έτσι ώστε να μπορούν να στρέφονται γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδό τους και διέρχεται από το κέντρο μάζας τους. Το σύστημα ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο.

Στην περιφέρεια το τροχού (1), είναι προσαρμοσμένος ένας εκτοξευτήρας Ε αμελητέας μάζας, από τον οποίο κάποια χρονική στιγμή, εκτοξεύεται οριζόντια στην διεύθυνση της εφαπτομένης στον τροχό (1), ένα σφαιρίδιο Σ αμελητέων διαστάσεων, μάζας $m = 0{,}2kg$. Το σφαιρίδιο αυτό, συναντά μετά την εκτόξευσή του ένα κύβο μάζας $M = 0{,}8kg$ που ηρεμεί πάνω στο ίδιο λείο οριζόντιο επίπεδο, και σφηνώνεται σ' αυτόν μετωπικά κι ακαριαία.

Ο κύβος, είναι δεμένος στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100N/m$ που έχει το άλλο του άκρο ακλόνητο, και τον άξονά του στη διεύθυνση της κίνησης του σφαιριδίου.

Το συσσωμάτωμα σφαιρίδιο – κύβος εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σταθεράς $D = k = 100N/m$ και πλάτους $A = 0{,}4m$.

Αν το 20% της ενέργειας που δαπανήθηκε για την εκτόξευση του σφαιριδίου μετατράπηκε σε άλλες μορφές ενέργειας εκτός από μηχανική, μέσα στον εκτοξευτήρα, να υπολογίσετε:

i) Την ταχύτητα του σφαιριδίου λίγο πριν την κρούση του με τον κύβο.

ii) Την τελική γωνιακή ταχύτητα που αποκτά το σύστημα των δυο τροχών.

iii) Την ενέργεια που δαπανήθηκε για την εκτόξευση του σφαιριδίου.

iv) Το ποσοστό επί τοις εκατό της ενέργειας που δαπανήθηκε για την εκτόξευση που μετατράπηκε

α. σε θερμότητα λόγω τριβών ανάμεσα στους τροχούς μέχρι οι αυτοί να αποκτήσουν κοινή γωνιακή ταχύτητα και

β. σε ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος σφαιρίδιο-κύβος.

Δίνεται ότι δεν υπάρχουν τριβές στον άξονα περιστροφής, και ότι η ροπή αδράνειας τροχού μάζας M και ακτίνας R , ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του είναι $I = \frac{1}{2}MR^2$.

3.4. *Ισορροπία - αρχή περιστροφής*

Στη διάταξη του σχήματος, μια ομογενής λεπτή ράβδος AB μήκους ℓ = 2 m και μάζας M = 16 kg , είναι σε οριζόντια θέση και ισορροπεί.

Στο άκρο της A , είναι αρθρωμένη σε κατακόρυφο τοίχο ενώ στο άκρο της B , είναι δεμένο το κάτω άκρο κατακόρυφου αβαρούς μη εκτατού νήματος. Το πάνω άκρο του νήματος είναι ακλόνητα στερεωμένο.

A. Να υπολογίσετε:

i) Τη τάση του νήματος.

ii) Τη δύναμη που ασκείται στη ράβδο από την άρθρωση.

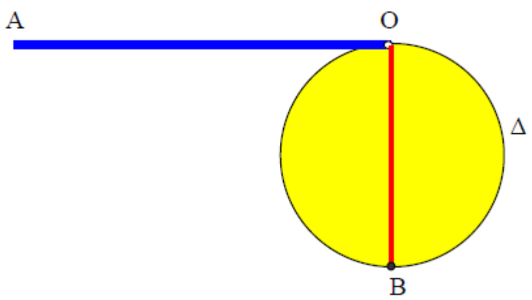
B. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα. Να υπολογίσετε:

iii) Την επιτάχυνση του κέντρου μάζας και

iv) τη δύναμη της άρθρωσης πάνω στη ράβδο, αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος, και ενώ αυτή παραμένει ακόμη στην οριζόντια θέση.

Δίνεται $g = 10\ m/s^2$, και ότι η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σ' αυτήν, υπολογίζεται με τη σχέση $I_{cm} = M\ell^2/12$.

3.5. *Κρούση ράβδου – δίσκου*



Η διάταξη του σχήματος, αποτελείται από μια λεπτή ομογενή ράβδο ΟΑ μάζας M μήκους ℓ = 0,3 m και ένα δίσκο Δ, μάζας m = 2M και ακτίνας R=ℓ/3 .

Τα σώματα αυτά, μπορούν να περιστρέφονται ανεξάρτητα το ένα από το άλλο και χωρίς τριβές, γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα, που περνά από το κοινό άκρο Ο της ράβδου και της διαμέτρου ΟΒ του δίσκου. Στο σημείο Β της κατακόρυφης διαμέτρου ΟΒ, είναι στερεωμένη μια μικρή ακίδα , αμελητέας μάζας.

Η ράβδος αφήνεται ελεύθερη από την οριζόντια θέση, και ο δίσκος ηρεμεί με το επίπεδό του κατακόρυφο. Την στιγμή που η ράβδος φτάνει στην κατακόρυφη θέση, καρφώνεται πάνω στην ακίδα. Να υπολογίσετε :

i) Την γωνιακή ταχύτητα της ράβδου την στιγμή που φτάνει στο σημείο που είναι η ακίδα και λίγο πριν καρφωθεί πάνω της.

ii) Την γωνιακή ταχύτητα του συστήματος αμέσως μετά την κρούση.

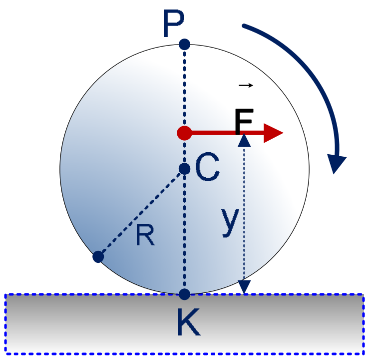
iii) Την ταχύτητα του κέντρου μάζας του δίσκου αμέσως μετά την κρούση.

iv) Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της ράβδου λίγο πριν την κρούση που μετατρέπεται σε άλλες μορφές ενέργειας κατά την κρούση.

Δίνονται : Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της $I_p(o)=M\ell^2/3$, η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς άξονα κάθετο στο κέντρο μάζας του $I_{cm}= mR^2/2$, και $g=10m/s^2$.

3.6. *Κυκλικός Δίσκος ο οποίος Δέχεται Εξωτερική Δύναμη & Εκτελεί Κύλιση Χωρίς Ολίσθηση*

Ένας κυκλικός δίσκος μάζας m=4Kg και ακτίνας R=0,2m ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο. Την χρονική στιγμή t=0, ασκείται στον κυκλικό δίσκο σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=15N & αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει (ο συντελεστής τριβής μ σε κάθε περίπτωση παίρνει την ελάχιστη δυνατή τιμή) κατά μήκος του οριζοντίου επιπέδου. Εάν ο φορέας της δύναμης βρίσκεται στο επίπεδο του δίσκου και απέχει απόσταση y από το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



i) Να προσδιορίσετε τις παρακάτω συναρτήσεις και να κατασκευάσετε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις.

α) $\alpha=f(y)$ β) $T=f(y)$ γ)$\mu_{min}=f(y)$

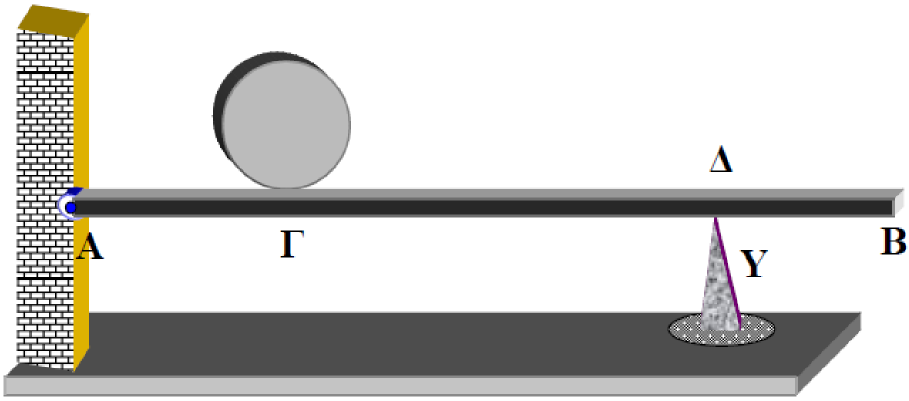
ii) Ποια η φόρα και ποιο το μέτρο της τριβής, όταν η δύναμη F ασκείται στα σημεία C, P;

iii) Σε πόση απόσταση (y) από το οριζόντιο επίπεδο πρέπει να ασκηθεί η δύναμη F, ώστε η συνολική δύναμη που δέχεται ο κυκλικός δίσκος από αυτό να είναι ίση με το βάρος του;

iv) Αν σε κάποια χρονική στιγμή η κινητική ενέργεια του κυκλικού δίσκου είναι K=90π J και η δύναμη F ασκείται σε απόσταση από το οριζόντιο επίπεδο ίση με εκείνη που προκύπτει από το ερώτημα 3, να προσδιορίσετε τον αριθμό των περιστροφών που έχει εκτελέσει ο κυκλικός δίσκος καθώς και το διάστημα που έχει διανύσει ως αυτή τη χρονική στιγμή.

Δίνεται: $I_{cm\,(\text{κυκλικού δίσκου})}=\frac{1}{2}mr^2, g= 10\,m/s^2$

3.7. *Κύλινδρος σε οριζόντια δοκό.*



Η ομογενής δοκός ΑΒ του σχήματος , μήκους ℓ=12m και μάζας M = 30kg, ισορροπεί σε οριζόντια θέση ακουμπώντας σε κατακόρυφο υποστήριγμα Υ και με το άκρο της Α αρθρωμένο σε κατακόρυφο τοίχο.

Το υποστήριγμα Υ, απέχει από το άκρο Β της δοκού απόσταση ΔΒ = ℓ/4.

Ένας κύλινδρος μάζας m = 18kg και ακτίνας R = ℓ/8 ηρεμεί πάνω στην δοκό σε απόσταση ΑΓ = ℓ/4 από τον τοίχο.

Να υπολογίσετε τις δυνάμεις που δέχεται η δοκός από το υποστήριγμα και από την άρθρωση.

Μέσω ενός αβαρούς μη εκτατού νήματος που είναι τυλιγμένο στην περιφέρεια του κυλίνδρου, ασκούμε στον κύλινδρο κατακόρυφη δύναμη , μέτρου F = 18N με φορά προς τα επάνω, κατά την εφαπτομένη προς την μεριά του τοίχου , με αποτέλεσμα αυτός ν' αρχίσει να κυλίεται πάνω στη δοκό χωρίς να ολισθαίνει.

Να υπολογίσετε τη στατική τριβή μεταξύ κυλίνδρου - δοκού και να τη σχεδιάσετε.

Να υπολογίσετε την ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου την στιγμή που φτάνει στο σημείο Δ.

Υπολογίσετε τον ρυθμό που προσφέρεται ενέργεια στον κύλινδρο την στιγμή που βρίσκεται στο σημείο Δ.

Έστω δυο τυχαία σημεία Κ, Λ της τροχιάς του κέντρου μάζας του κυλίνδρου πάνω στη δοκό , που απέχουν μεταξύ τους κατά d = ℓ/8. Να υπολογίσετε:

Τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου λόγω περιστροφικής κίνησης γύρω από τον άξονά του, μεταξύ των σημείων Κ, Λ.

Την ενέργεια που προσφέρεται στον κύλινδρο μέσω του έργου της δύναμης F, και το ποσοστό που αυτή μετατρέπεται

i. σε κινητική ενέργεια λόγω μεταφορικής κίνησης και

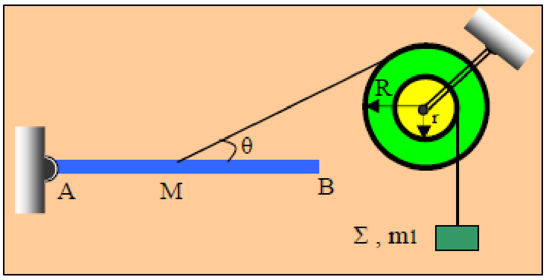
ii. σε κινητική ενέργεια λόγω περιστροφικής κίνησης , κατά την μετατόπιση από το Κ μέχρι το Λ.

Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου κατά την κίνησή του πάνω στη δοκό.

Δίνεται g = 10 m/s² και η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του Icm = mR²/2.

3.8. *Μια κοινή ισορροπία δυο χωριστές περιστροφές*

Στη διάταξη του σχήματος, η διπλή τροχαλία αποτελείται από δυο ομόκεντρους δίσκους, που είναι κολλημένοι μεταξύ τους. Ο μικρός δίσκος έχει ακτίνα r και είναι αβαρής, ενώ ο μεγάλος δίσκος, έχει μάζα m και ακτίνα R = 2r. Το ελεύθερο άκρο του νήματος που είναι τυλιγμένο στον μεγάλο δίσκο, είναι δεμένο στο μέσον Μ της ράβδου ΑΒ.



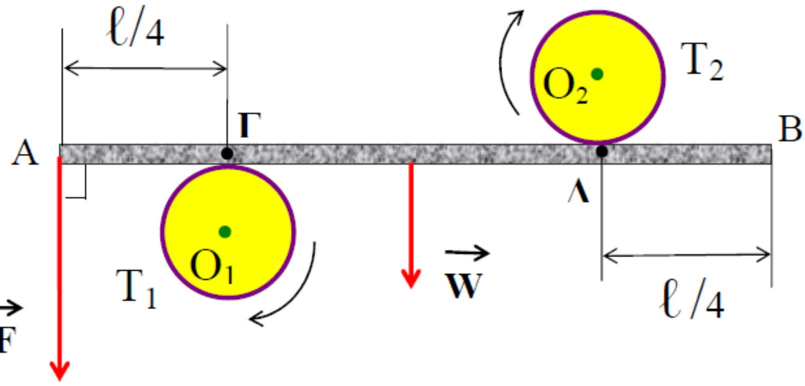
Η ράβδος ΑΒ, έχει μάζα m΄= m μήκος ℓ = 2R, και είναι αρθρωμένη σε κατακόρυφο τοίχο. Ένα σώμα μάζας m_1 , κρέμεται στο ελεύθερο άκρο του νήματος που είναι τυλιγμένο στον μικρό δίσκο. Το σύστημα ισορροπεί σε ηρεμία, η ράβδος είναι οριζόντια, και η γωνία $\theta = 30^o$.

i) Να υπολογίσετε την τιμή του λόγου m_1/m_2 .
ii) Κόβουμε το νήμα που συνδέει τη ράβδο με την τροχαλία.
iii) Να υπολογίσετε τη ταχύτητα του σώματος Σ όταν θα έχει μετατοπιστεί κατά h = r από την αρχική του θέση, αν η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου για ίση κατακόρυφη μετατόπιση του κέντρου μάζας της από την αρχική οριζόντια θέση, έχει μέτρο ω = 5 rad/ s.

Το νήμα είναι αβαρές σταθερού μήκους, δεν γλιστρά στην τροχαλία, τριβές δεν υπάρχουν και g = 10m/s².

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της $I_A = m΄\ \ell^2/3$, και ροπή αδράνειας τροχαλίας μάζας m και ακτίνας R ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδό της και διερχόμενο από το κέντρο μάζας της $I_{cm} = ½\ mR^2$.

3.9. *Μια ράβδος ανάμεσα σε δυο τροχούς*



Στη διάταξη του σχήματος η ράβδος ΑΒ έχει μήκος ℓ , είναι ομογενής , και το μέτρο του βάρους της είναι w = 200N. Η ράβδος αυτή, παραμένει οριζόντια και ισορροπεί ακουμπώντας σε δυο τροχούς T_1 ,T_2 που έχουν ακτίνες $R_1 = R_2 = 0{,}1$ m όπως δείχνει το σχήμα.

Οι τροχοί περιστρέφονται κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού, γύρω από σταθερούς οριζόντιους άξονες, που είναι κάθετοι στο επίπεδό τους και διέρχονται από τα κέντρα τους O_1 , O_2 με γωνιακές ταχύτητες που έχουν μέτρα $\omega_1 = \omega_2 = 100$ rad/s .

Οι συντελεστές τριβής ολίσθησης ανάμεσα στη ράβδο και τους τροχούς στα σημεία επαφής Γ και Δ είναι $\mu_1 = 0,1$, $\mu_2 = 0,5$ αντίστοιχα , ενώ δεν υπάρχουν τριβές στους άξονες περιστροφής.
Αν το μέτρο της κατακόρυφης με φορά προς τα κάτω δύναμης είναι F = 600N, να υπολογίσετε :

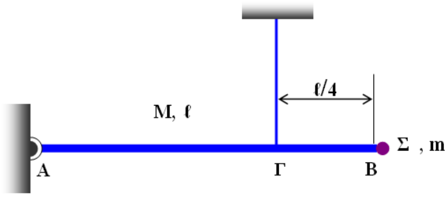
i) Τις κατακόρυφες και οριζόντιες συνιστώσες των δυνάμεων που δέχεται η ράβδος στα σημεία επαφής και να τις σχεδιάσετε πάνω σε σχήμα.

ii) Τη ισχύ που προσφέρεται σε κάθε τροχό ξεχωριστά.

iii) Τη συνολική ενέργεια που καταναλώνει το σύστημα σε χρόνο Δt = 4 s.

3.10. *Ράβδος με σφαιρίδιο αρχικά ισορροπεί και κάποια στιγμή αρχίζει η περιστροφή τους*

Η λεπτή ομογενής ράβδος ΑΒ που φαίνεται στο σχήμα, είναι αρθρωμένη στο άκρο της Α σε κατακόρυφο τοίχο, και στο άλλο άκρο της Β είναι στερεωμένο σφαιρίδιο Σ μάζας m = 2 kg , αμελητέων διαστάσεων. Το μήκος της ράβδου είναι ℓ= 4 m και η μάζα της είναι M = 6 Kg.



Η ράβδος, κρατείται στην οριζόντια θέση με τη βοήθεια κατακόρυφου αβαρούς νήματος σταθερού μήκους, που έχει το πάνω άκρο του ακλόνητο και το κάτω άκρο του δεμένο στο σημείο Γ που απέχει από το Β απόσταση ℓ/4 .

Α. Να βρεθεί η τάση του νήματος και η δύναμη της άρθρωσης πάνω στη ράβδο.

Β. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα και η ράβδος μαζί με το σφαιρίδιο αρχίζουν να περιστρέφονται χωρίς τριβές.

Να υπολογίσετε:

Β1. Την αρχική γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος.

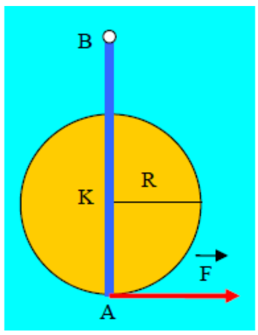
Β2. Την κινητική ενέργεια του συστήματος, τη χρονική στιγμή που το σημείο Γ βρίσκεται σε κατακόρυφη απόσταση h =3ℓ/8 κάτω από την αρχική οριζόντια θέση της ράβδου.

Β3. Το ρυθμό μεταβολής της μηχανικής ενέργειας του συστήματος την παραπάνω χρονική στιγμή.

Β4. Τη στροφορμή του σφαιριδίου ως προς τον άξονα περιστροφής του συστήματος όταν η ράβδος γίνεται κατακόρυφη για πρώτη φορά.

Δίνεται g = 10 m/s² και η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που είναι κάθετος σ' αυτήν και περνά από το ένα άκρο της υπολογίζεται με τη σχέση $I_A = M\ell^2/3$.

3.11. *Ροπή δύναμης περιστρέφει σύστημα και κάποια στιγμή καταργείται*



Ένας δίσκος μάζας m = 4 kg ακτίνας R = 0,2 m και μια λεπτή ομογενής ράβδος ΑΒ μάζας M = 2 kg και μήκους ℓ = 3R ενώνονται έτσι ώστε τμήμα της ράβδου ίσο με 2R να συμπίπτει με μια διάμετρο του δίσκου. Το σύστημα μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο Β της ράβδου και είναι κάθετος σ'αυτήν. Αρχικά η ράβδος είναι κατακόρυφη και το σύστημα ηρεμεί. Από τη θέση αυτή, αρχίζει να στρέφεται με την επίδραση δύναμης σταθερού μέτρου $F = (700/3\pi)$N που ασκείται κάθετα στη ράβδο και εφαπτομενικά στο δίσκο στο σημείο Α, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η δύναμη, παύει να ασκείται όταν η ράβδος γίνει οριζόντια για πρώτη φορά.

Ι. Να υπολογιστούν:

i) Το συνολικό έργο της δύναμης **F**.

ii) Η κινητική ενέργεια του συστήματος την στιγμή που παύει να ασκείται η δύναμη **F**.

iii) Η ταχύτητα του κέντρου μάζας του δίσκου όταν η ράβδος γίνει οριζόντια για πρώτη φορά.

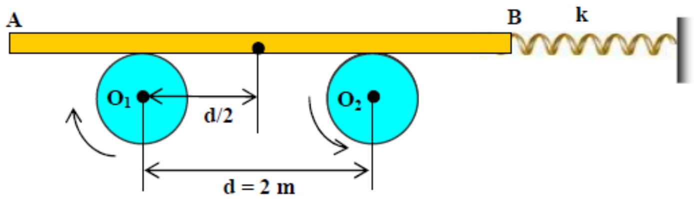
iv) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του δίσκου όταν η ράβδος είναι οριζόντια, αμέσως μετά που θα καταργηθεί η δύναμη **F** .

ΙΙ. Να εξετάσετε αν το σύστημα θα κάμει ανακύκλωση.

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$, ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της $I_B = M\ell^2/3$ και ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς το κέντρο μάζας του $I_{cm} = ½ mR^2$.

3.12. *Σύστημα σανίδας - ελατηρίου πάνω σε τροχούς.*

Μια ομογενής σανίδα ΑΒ μάζας $m = 10$ kg , είναι τοποθετημένη πάνω σε δυο όμοιους κυλίνδρους , τα κέντρα O_1 , O_2 των οποίων απέχουν μεταξύ τους κατά $d = 2$ m. Ο καθένας από τους παραπάνω κυλίνδρους μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που συμπίπτει με τον γεωμετρικό του άξονα. Οι άξονες περιστροφής των κυλίνδρων είναι παράλληλοι μεταξύ τους και βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Η διεύθυνση της σανίδας, συμπίπτει με τον άξονα οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 960$N/m , που έχει το ένα άκρο του ακλόνητο , και το άλλο δεμένο στο άκρο Β της σανίδας , όπως φαίνεται στο σχήμα.



Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης της σανίδας στα σημεία επαφής με τους κυλίνδρους είναι $\mu = 0{,}4$.

Αρχικά, το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και η σανίδα ηρεμεί με το μέσον της, ακριβώς πάνω από το μέσον της απόστασης μεταξύ των αξόνων των κυλίνδρων οι οποίοι έχουν τεθεί σε αντίρροπες περιστροφές. Μετακινούμε τη σανίδα προς τα αριστερά κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου κατά $x_o = 0{,}4$ m χωρίς να χάσει την επαφή της με τους κυλίνδρους, και την αφήνουμε ελεύθερη.

i) Να αποδείξετε ότι η σανίδα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο της ταλάντωσης αυτής.

ii) Με θετική τη φορά της αρχικής απομάκρυνσης της σανίδας από τη θέση ισορροπίας της να βρείτε την εξίσωση απομάκρυνσης χρόνου για την παραπάνω ταλάντωση.

iii) Να βρείτε την εξίσωση της δύναμης του ελατηρίου σε συνάρτηση με το χρόνο.

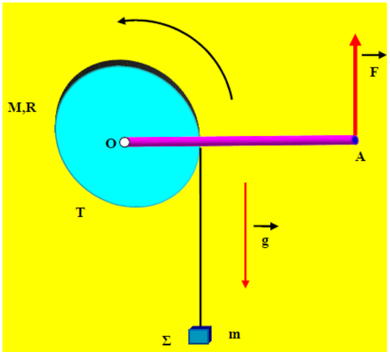
iv) Να βρείτε τις εξισώσεις των δυνάμεων τριβής που δέχεται η σανίδα από τους τροχούς στα σημεία επαφής, σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δίνεται $g = 10\ m/s^2$.

3.13. *Τροχαλία με μοχλό*

Η τροχαλία Τ του σχήματος, έχει μάζα $M = 16$ kg ακτίνα $R = 1$m , και μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο της Ο και είναι κάθετος στο επίπεδό της.

Ένα αβαρές μη εκτατό νήμα μεγάλου μήκους, τυλίγεται στ' αυλάκι της τροχαλίας και δεν γλιστρά πάνω της. Στο κάτω άκρο του νήματος είναι δεμένο σώμα Σ μάζας $m = 2$kg αμελητέων διαστάσεων.



Μια αβαρής ράβδος-μοχλός ΟΑ μήκους $\ell = 3R$, είναι κολλημένη στο επίπεδο της τροχαλίας όπως φαίνεται στο σχήμα.

Στο άκρο Α του μοχλού ασκείται δύναμη σταθερού μέτρου $F = 10$ N που παραμένει κάθετη σ' αυτόν.

Το σώμα Σ ξεκινά να ανεβαίνει κατακόρυφα τη χρονική στιγμή $t = 0$ χωρίς αρχική ταχύτητα, και το νήμα είναι πάντα τεντωμένο.

Τη χρονική στιγμή t_1, το σώμα έχει ανέβει ύψος σε $h = 8$ m πάνω από την αρχική του θέση.

I. Να υπολογίσετε:

i) Την επιτάχυνση του σώματος Σ.

ii) Το έργο της δύναμης μέτρου F από $t = 0$ μέχρι $t = t_1$.

II. Να υπολογίσετε τις τιμές που έχουν τα παρακάτω μεγέθη τη χρονική στιγμή t_1:

iii) Η κινητική ενέργεια του σώματος Σ.

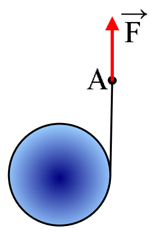
iv) Η στροφορμή του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής της τροχαλίας.

v) Ο ρυθμός που προσφέρεται ενέργεια στο σύστημα μέσω του έργου της δύναμης F και τους ρυθμούς που η ενέργεια αυτή μετατρέπεται σε άλλες μορφές την ίδια χρονική στιγμή.

vi) Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του συστήματος.

Δίνεται $g = 10 m/s^2$, και ότι η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής , υπολογίζεται με τη σχέση $I_{cm} = ½MR^2$.

3.14. *Γιο-γιο και μεταβλητή δύναμη.*



Γύρω από ένα μικρό κύλινδρο μάζας 50g και ακτίνας R=0,1m έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα. Ασκούμε στο άκρο Α του νήματος μια κατακόρυφη δύναμη F, ενώ ταυτόχρονα αφήνουμε ελεύθερο τον κύλινδρο να κινηθεί. Η δύναμη μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση F= 0,2+0,2t (μονάδες στο S.I.). Αν η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I = \frac{1}{2} m \cdot R^2$ και $g=10m/s^2$, ζητούνται:

i) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι t=4s:

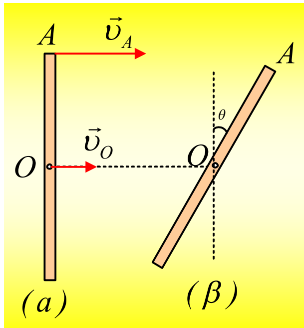
α) της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

β) της γωνιακής του επιτάχυνσης.

ii) Οι ρυθμοί μεταβολής της μεταφορικής και της περιστροφικής κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή t=4s.

3.15. *Κεντρομόλος και επιτρόχια επιτάχυνση.*

Μια ομογενής ράβδος μήκους ℓ=2m κινείται στην επιφάνεια μιας παγωμένης λίμνης, χωρίς τριβές και σε μια στιγμή βρίσκεται στη θέση του σχήματος (α). Στη θέση αυτή η ταχύτητα του μέσου Ο της ράβδου είναι 2m/s, ενώ του άκρου Α 4m/s. Οι δύο παραπάνω ταχύτητες έχουν την ίδια κατεύθυνση, κάθετες στη ράβδο. Μετά από λίγο η ράβδος βρίσκεται στη θέση (β) έχοντας στραφεί κατά 60°.



Για τη θέση αυτή να βρεθούν:

i) Η ταχύτητα του άκρου Α.

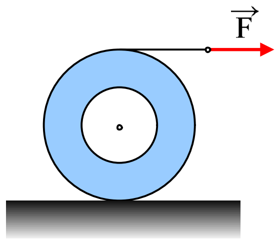
ii) Η επιτάχυνση του Α.

iii) Ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας του Α.

iv) Η ακτίνα καμπυλότητας της τροχιάς του άκρου Α.

3.16. *Ένας κοίλος κύλινδρος.*

Δίνεται ένας κύλινδρος ακτίνας R=1m από τον οποίο έχει αφαιρεθεί ένας ομοαξονικός κύλινδρος ακτίνας r=R/2. Ο κοίλος αυτός κύλινδρος (στερεό Κ) έχει μάζα m= 40kg.



i) Αν δίνεται η ροπή αδράνειας ενός κυλίνδρου ως προς τον άξονα που συνδέει τα κέντρα των δύο βάσεών του $I = \frac{1}{2} MR^2$, να υπολογισθεί η ροπή αδράνειας του στερεού Κ.

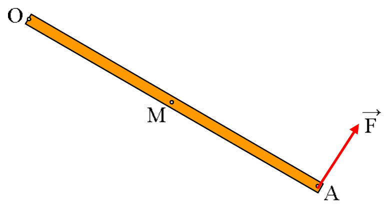
ii) Γύρω από το στερεό Κ έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα, στο άκρο του οποίου ασκούμε σταθερή οριζόντια δύναμη F=26N. Αν το στερεό κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο όπως στο σχήμα, να βρείτε:

α) Το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του στερεού Κ, ως προς τον άξονα περιστροφής του.

β) Το λόγο της περιστροφικής προς τη μεταφορική κινητική ενέργεια του στερεού.

γ) Τη μετατόπιση του άξονα περιστροφής του στερεού, τη στιγμή που το στερεό έχει κινητική ενέργεια 130J.

3.17. *Περιστροφική κίνηση ράβδου.*

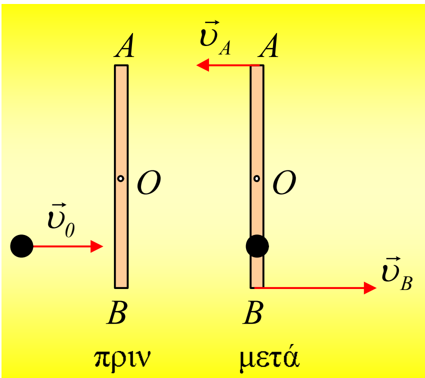


Μια ομογενής ράβδος ΟΑ στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το άκρο της Ο. Σε μια στιγμή βρίσκεται στη θέση του σχήματος έχοντας γωνιακή επιτάχυνση κάθετη στο επίπεδο του σχήματος με φορά προς τα έξω και με μέτρο $\alpha_{\gamma\omega\nu}$=2rad/s^2, ενώ στρέφεται σύμφωνα από την φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω=1rad/s. Αν η ράβδος έχει μήκος l=2m και μάζα m=4kg, ζητούνται:

i) Η ταχύτητα του μέσου Μ της ράβδου
ii) Η επιτρόχια επιτάχυνση του άκρου Α.
iii) Η επιτάχυνση του μέσου Μ της ράβδου.
iv) Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στην ράβδο.

3.18. *Πού βρίσκεται το κέντρο μάζας;*

Μια ομογενής ράβδος μάζας m και μήκους ℓ =6m ηρεμεί σε οριζόντια θέση σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ένα σώμα Σ μάζας επίσης m που θεωρείται υλικό σημείο κινείται με ταχύτητα υ_0=20m/s, σε διεύθυνση κάθετη στη ράβδο και προσκολλάται σε αυτήν. Αμέσως μετά την κρούση τα άκρα της ράβδου έχουν ταχύτητες μέτρων υ_A= 6m/s και υ_B= 18m/s, όπως στο σχήμα.

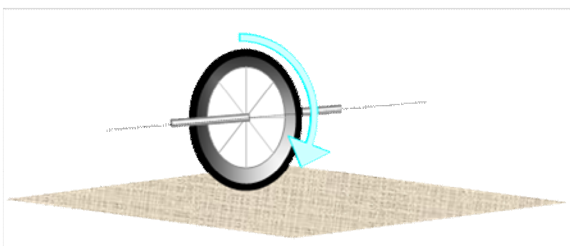


Να βρεθούν:

i) Η ταχύτητα του κέντρου μάζας Κ.
ii) Η θέση του κέντρου μάζας Κ γύρω από το οποίο στρέφεται το σύστημα μετά την κρούση.
iii) Σε πόση απόσταση z από το άκρο Β έχει προσκοληθεί το σώμα Σ;

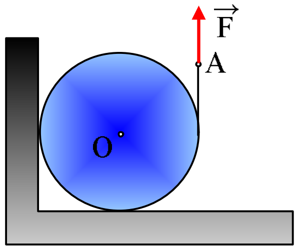
Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I = \frac{1}{12} m\ell^2$.

3.19. *Από την περιστροφή στην κύλιση…*



Ο τροχός του σχήματος είναι ομογενής και έχει τη μάζα του συγκεντρωμένη στην περιφέρεια. Προσφέρουμε ενέργεια στον τροχό όποτε αυτός περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο. Στην συνεχεία τον τοποθετούμε αργά στο οριζόντιο δάπεδο και αυτός κυλά χωρίς να ολισθήσει ή να αναπηδήσει. Αποδείξτε ότι χάσαμε τη μισή ενέργεια!

3.20. *Ο κύλινδρος επιταχύνεται σε επαφή με τοίχο.*



Ο κύλινδρος του σχήματος έχει μάζα 30kg και ακτίνα 0,5m, εφάπτεται σε λείο κατακόρυφο τοίχο, ενώ εμφανίζει με το έδαφος συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s=0{,}5$. Τυλίγουμε γύρω του αβαρές νήμα, στο άκρο του οποίου για t=0 ασκούμε κατακόρυφη μεταβλητή δύναμη **F** το μέτρο της οποίας αυξάνεται με σταθερό ρυθμό 4N/s, ξεκινώντας από την τιμή μηδέν.

i) Ποια χρονική στιγμή θα αρχίσει ο κύλινδρος να στρέφεται και ποια στιγμή θα χάσει την επαφή με το έδαφος.

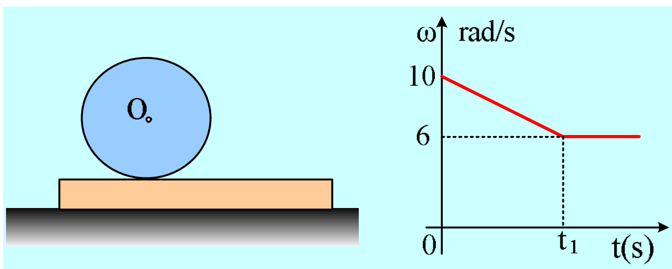
ii) Με ποιο ρυθμό η δύναμη **F** προσφέρει ενέργεια στον κύλινδρο τη χρονική στιγμή t_1=35s και με ποιο ρυθμό ένα μέρος της ενέργειας αυτής μετατρέπεται σε θερμική εξαιτίας της τριβής;

iii) Να βρεθεί η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου, ως προς τον άξονα περιστροφής του κυλίνδρου, τη χρονική στιγμή t_2=80s.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του I= ½ mR^2 και $g=10m/s^2$.

3.21. *Ένας κύλινδρος με αρχική γωνιακή ταχύτητα πάνω σε σανίδα.*

Ένας κύλινδρος μάζας M=40kg και ακτίνας R=1m ο οποίος στρέφεται δεξιόστροφα γύρω από τον άξονά του ο οποίος συνδέει τα κέντρα των δύο βάσεών του, αφήνεται τη χρονική στιγμή t=0, πάνω σε μια σανίδα, η οποία ηρεμεί πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο. Μεταξύ κυλίνδρου και σανίδας υπάρχει τριβή, με αποτέλεσμα η γωνιακή ταχύτητα του κυλίνδρου να μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα (θεωρούμε θετική την γωνιακή του ταχύτητα).



i) Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο και στη σανίδα.

ii) Τι αποτέλεσμα έχει η τριβή που ασκείται στον κύλινδρο; Πώς επηρεάζει τη γωνιακή και πώς την ταχύτητα του κέντρου μάζας O; Ποιο το αποτέλεσμα της δράσης της τριβής πάνω στη σανίδα;

iii) Γιατί τη χρονική στιγμή t_1 η γωνιακή ταχύτητα σταθεροποιείται; Τι συμβαίνει με την ταχύτητα ενός σημείου A επαφής του κυλίνδρου με τη σανίδα τη στιγμή t_1;

iv) Να υπολογιστεί η μάζα της σανίδας.

v) Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σανίδας και κυλίνδρου αν t_1=1s.

vi) Σε μια στιγμή t_2 η σανίδα κινείται με ταχύτητα μέτρου $υ_2$=3m/s. Για τη στιγμή αυτή να βρεθούν:

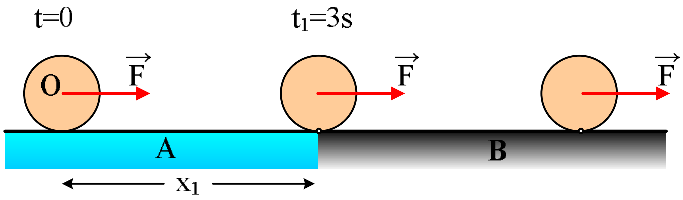
α) Με ποιο ρυθμό μειώνεται η περιστροφική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου.

β) Με ποιο ρυθμό αυξάνεται η μεταφορική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου και της σανίδας.

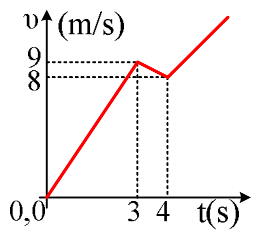
γ) Με ποιο ρυθμό η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική εξαιτίας της τριβής.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I= ½ MR^2$.

3.22. *Ένα στερεό σε δύο επίπεδα.*



Η τομή ενός στερεού (κύλινδρος ή σφαίρα) είναι κύκλος κέντρου Ο και ακτίνας R=0,5m. Το στερεό έχει μάζα 10kg και ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο Α σε απόσταση x_1 από ένα δεύτερο μη λείο επίπεδο Β. Σε μια στιγμή, που θεωρούμε t=0, ασκούμε στο κέντρο Ο μια σταθερή οριζόντια δύναμη F. Τη χρονική στιγμή t_1=3s το στερεό περνά στο Β επίπεδο. Μετρήσαμε την ταχύτητα του στερεού και πήραμε το διπλανό διάγραμμα.



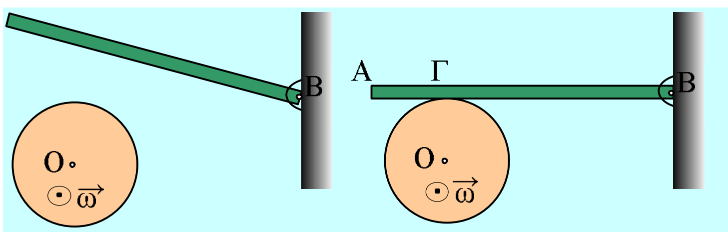
i) Να βρεθεί το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F και η γωνιακή ταχύτητα του στερεού τη στιγμή t=2s.

ii) Να υπολογιστεί το μέτρο της τριβής που δέχεται το στερεό στο χρονικό διάστημα από 3s έως 4s. Η τριβή αυτή είναι τριβή ολίσθησης ή στατική τριβή;

iii) Αν δίνεται ότι η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι ίση με $I= λMR^2$, να υπολογιστεί η τιμή του συντελεστή λ.

iv) Να βρεθεί το μέτρο της ασκούμενης τριβής για t>4s.

3.23. *Ισορροπία και επιβράδυνση στερεών.*

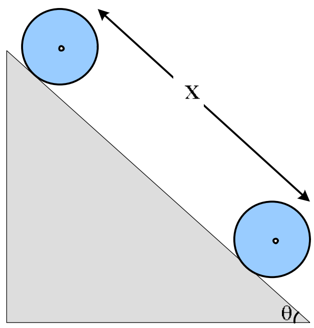


Ένας ομογενής κύλινδρος μάζας Μ=80kg και ακτίνας R=1m περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα $ω_0$=10rad/s, γύρω από τον άξονά του, που συνδέει τα κέντρα των δύο του βάσεων, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή φέρνουμε σε επαφή με τον κύλινδρο μια ομογενή δοκό μάζας m=30kg και μήκους 4m, το άκρο της οποίας συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Στη θέση αυτή η δοκός είναι οριζόντια, ενώ (ΑΓ)=1m. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ δοκού και κυλίνδρου είναι μ=0,2 και $g=10m/s^2$,

i) Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση (επιβράδυνση) του κυλίνδρου.
ii) Πόσες περιστροφές θα εκτελέσει ο κύλινδρος μέχρι να σταματήσει;
iii) Να βρεθεί η γωνία που σχηματίζει με τη δοκό η διεύθυνση της δύναμης που ασκείται από την άρθρωση, στη διάρκεια της επιβράδυνσης του κυλίνδρου.

Δίνεται για τον κύλινδρο $I_{cm}= ½\ MR^2$.

3.24. *Κίνηση κυλίνδρου σε κεκλιμένο επίπεδο.*

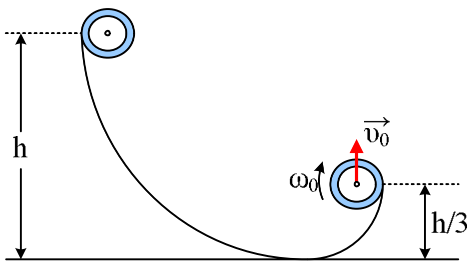


Ένας κύλινδρος μάζας 10kg και ακτίνας 0,2m αφήνεται για t=0 να κινηθεί σε μη λείο κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ, όπου ημθ=0,8. Ο άξονας του κυλίνδρου μετατοπίζεται κατά x=27m, μέχρι τη στιγμή t_1=3s.

i) Να υπολογίσετε την τριβή που ασκείται στον κύλινδρο.
ii) Πόση είναι η ταχύτητα τη στιγμή t_1 ενός σημείου Α επαφής του κυλίνδρου με το επίπεδο;
iii) Να υπολογίστε το έργο της τριβής για την παραπάνω μετατόπιση του κυλίνδρου;
iv) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της περιστροφικής κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου και με ποιο ρυθμό παράγεται θερμότητα εξαιτίας της τριβής, τη χρονική στιγμή t_1;

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I= ½\ MR^2$ και $g=10m/s^2$.

3.25. *Κύλιση χωρίς ολίσθηση στο εσωτερικό οδηγού.*

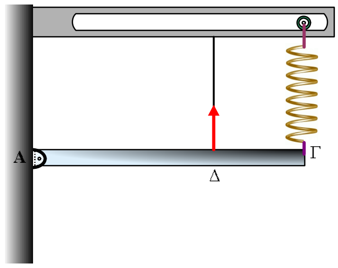


Ένας **κούφιος** κύλινδρος με λεπτά τοιχώματα, μάζας M=1Kg και ακτίνας R=0,1m, αφήνεται ελεύθερος στο σημείο Α από ύψος h=1,8m. **Ο κύλινδρος κυλά χωρίς να γλιστρά στο εσωτερικό του οδηγού** του σχήματος. Ο οδηγός έχει τέτοια κλίση ώστε στο άκρο Γ, γίνεται **κατακόρυφος**. Ο κύλινδρος φθάνει στο άκρο Γ, το οποίο απέχει απόσταση h/3 από το οριζόντιο επίπεδο, οπότε ξεφεύγει από τον οδηγό και κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω. Να υπολογίσετε:

i) Το **μέγιστο ύψος** στο οποίο θα ανέβει ο κύλινδρος, καθώς και τον **αριθμό των περιστροφών** που θα εκτελέσει, από τη στιγμή που εγκαταλείπει τον οδηγό μέχρι να φθάσει στο μέγιστο ύψος.
ii) Την **ταχύτητα** της μεταφορικής κίνησης τη στιγμή που διέρχεται από το κατώτερο σημείο της τροχιάς του στο εσωτερικό του οδηγού καθώς και τη **στατική τριβή** που δέχεται από τον οδηγό εκείνη τη στιγμή.
iii) Το μέτρο της **μεταφορικής** και **γωνιακής επιβράδυνσης** τη στιγμή που εγκαταλείπει τον οδηγό στη θέση Γ, καθώς και το **ρυθμό μεταβολής** της **κινητικής περιστροφικής**, της **κινητικής μεταφορικής** και της **δυναμικής βαρυτικής** του ενέργειας, την ίδια στιγμή. Να **επαληθεύσετε** την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας εκείνη τη στιγμή.

Δίνεται: $g=10m/s^2$

3.26. *Μια …άλλη ταλάντωση στερεού.*



Η ομογενής ράβδος ΑΓ μάζας Μ=30kg και μήκους 2m μπορεί να στρέφεται γύρω από άρθρωση στο άκρο της Α και ισορροπεί οριζόντια δεμένη στο σημείο Δ, όπου (ΑΔ)=1,25m, με κατακόρυφο νήμα και στο άκρο της Γ με κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k=200N/m. Στη θέση αυτή η τάση του νήματος είναι ίση με 160N.

i) Να βρεθεί η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

ii) Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα και η ράβδος αρχίζει να στρέφεται. Το πάνω άκρο του ελατηρίου συνδέεται με μια μικρή «ροδίτσα» σε εγκοπή, με αποτέλεσμα το ελατήριο να παραμένει συνεχώς κατακόρυφο.

α) Να βρεθεί η μέγιστη γωνία που θα διαγράψει η ράβδος πριν σταματήσει στιγμιαία.

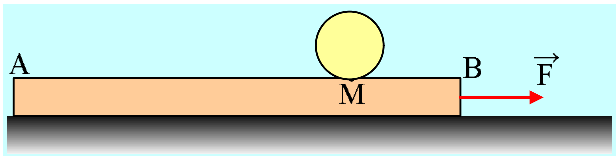
β) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της στη παραπάνω θέση;

iii) Να υπολογιστεί η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου κατά τη διάρκεια της κίνησής της.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της $I = 1/3\ M\ell^2$ και $g=10m/s^2$.

3.27. *Μια σφαίρα που κυλίεται περίεργα.*

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια σανίδα ΑΒ μάζας Μ=1kg και πάνω της μια σφαίρα ακτίνας R=0,1m και μάζας m=1kg, σε απόσταση d=2,5m από το άκρο της Α. Για t=0 ασκούμε στη σανίδα οριζόντια δύναμη F=9N και παρατηρούμε ότι η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στη σανίδα.



i) Να σημειώστε τις δυνάμεις που ασκούνται στη σανίδα. Η ασκούμενη τριβή είναι στατική ή τριβή ολίσθησης;

ii) Παρατηρούμε ότι η σφαίρα στρέφεται αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού και κινείται προς το άκρο Α. Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί συμβαίνει αυτό;

iii) Αφού η σφαίρα δεν ολισθαίνει, ποια είναι κάθε στιγμή η ταχύτητα του σημείου επαφής της σφαίρας με τη σανίδα Μ;

iv) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση της σανίδας και τη γωνιακή επιτάχυνση της σφαίρας.

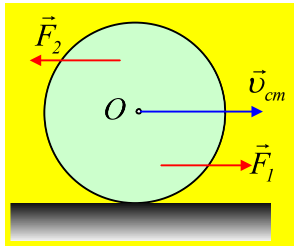
v) Σε πόσο χρόνο η σφαίρα εγκαταλείπει τη σανίδα;

Δίνεται η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής της $I = 2/5\ mR^2$.

3.28. *Ροπή του ζεύγους δυνάμεων.*

Ή πώς φρενάρει το αυτοκίνητο

Μια σφαίρα μάζας 10kg και ακτίνας 0,2m, κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα κέντρου μάζας $υ_{cm}$=10m/s. Σε μια στιγμή ασκούμε πάνω της μια σταθερή ροπή, ενός ζεύγους δυνάμεων, οπότε η σφαίρα σταματά σε απόσταση x=7m, χωρίς να ολισθήσει στη διάρκεια του φρεναρίσματος.

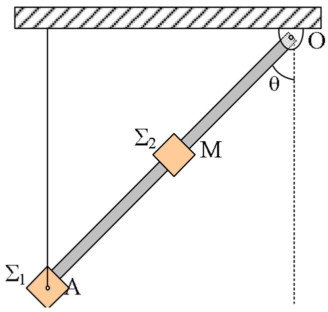


i) Να σχεδιάστε ένα σχήμα στο οποίο να φαίνονται οι ασκούμενες στη σφαίρα δυνάμεις.
ii) Να υπολογιστεί το μέτρο της ασκούμενης ροπής.
iii) Πόσο είναι το μέτρο της ασκούμενης τριβής;
iv) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής της στατικής οριακής τριβής, ώστε να μην ολισθήσει η σφαίρα;

Δίνεται g=10m/s^2 ενώ η ροπή αδράνειας της σφαίρας δίνεται από τη σχέση $I = \frac{2}{5}mR^2$.

3.29. *Ακροβατώντας μεταξύ στερεού και συστήματος σωμάτων.*

Η ομογενής ράβδος του σχήματος, μάζας M=3kg και μήκους ℓ=2m, συνδέεται σε άρθρωση, οπότε μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το άκρον της Ο. Πάνω στη ράβδο, στο άκρο της Α και στο μέσον της Μ, έχουν προσδεθεί δύο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$, τα οποία θεωρούνται υλικά σημεία με μάζες $m_1=m_2=m$=1kg. Το σώμα $Σ_1$ είναι δεμένο επίσης στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου νήματος, οπότε η ράβδος σχηματίζει γωνία θ=30° με την κατακόρυφο.



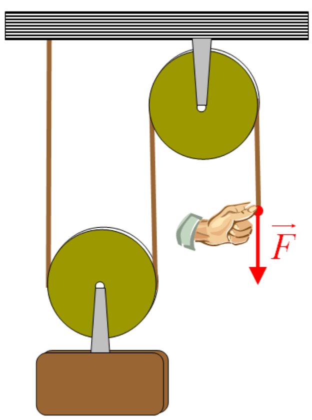
i) Να σχεδιαστούν οι δυνάμεις που ασκεί η ράβδος στα δυο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ και να υπολογιστούν τα μέτρα τους.
ii) Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα. Για αμέσως μετά:
  α) Να βρεθούν οι επιταχύνσεις των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$.
  β) Να υπολογιστούν οι ροπές που δέχεται η ράβδος από κάθε σώμα.
  γ) Ποιες οι απαντήσεις στα παραπάνω υποερωτήματα αν για τη ράβδο M→0, αν δηλαδή η ράβδος θεωρηθεί αβαρής;
iii) Να βρεθεί το έργο της δύναμης που ασκεί η ράβδος στο σώμα $Σ_1$ κατά την κίνησή του, μέχρι να φτάσει στην κατακόρυφη θέση.

Δίνεται g=10m/s^2 και η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της I= 1/3 Mℓ^2.

3.30. *Η κινητή και η ακίνητη τροχαλία.*

Οι δύο τροχαλίες του σχήματος είναι ολόιδιες. Έχουν μάζα $m = 2kg$ κάθε μία και ακτίνες $R = 0,2m$. Στην κινητή κρεμάμε σώμα μάζας $M = 3kg$.

Τα σχοινιά είναι αμελητέου πάχους , αμελητέας μάζας και μη εκτατά. Η



επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\frac{m}{s^2}$.

i) Πόση είναι η δύναμη που αν ασκηθεί στο άκρο του σχοινιού θα οδηγήσει το σύστημα σε ισορροπία ;

ii) Αν αντί αυτής ασκηθεί δύναμη $F = 30N$ στο άκρο του σχοινιού τότε:

iii) Ποιος ο λόγος των γωνιακών επιταχύνσεων των δύο τροχαλιών ;

iv) Βρείτε την επιτάχυνση του κρεμασμένου σώματος , τις γωνιακές επιταχύνσεις των τροχαλιών και την επιτάχυνση με την οποία κινείται το άκρο του σχοινιού.

v) Την στιγμή που το σώμα έχει ανυψωθεί κατά 0,5 m βρείτε το έργο που το χέρι θα έχει προσφέρει καθώς και τον ρυθμό παραγωγής έργου από το χέρι.