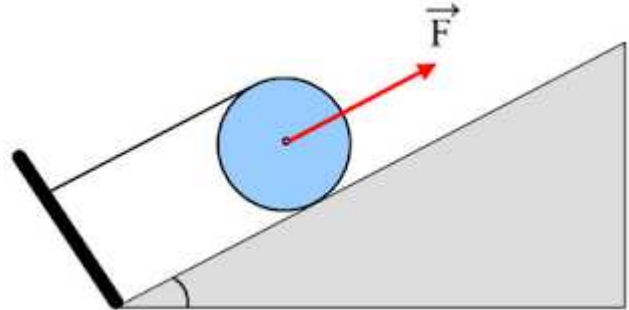


### Δυναμική στερεού. Ομάδα Γ'

#### 3.3.21. Μια περίεργη κύλιση

Κύλινδρος μάζας  $M=10\text{Kg}$  και ακτίνας  $R=0,5\text{m}$  αρχίζει την στιγμή  $t=0$  να ανέρχεται κυλιόμενος (αριστερόστροφα) χωρίς να ολισθαίνει κατά μήκος αρχικά λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης  $\varphi=30^\circ$  με τη βοήθεια σταθερής δύναμης  $F=80\text{N}$ , που ασκείται στο κέντρο του κυλίνδρου και είναι παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο, και λεπτότατου σκοινιού που είναι τυλιγμένο στο κύλινδρο και είναι δεμένο στην αρχή του κεκλιμένου επιπέδου. Το νήμα ξετυλίγεται από τον κύλινδρο και είναι παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο.



Τη χρονική στιγμή  $t_1=5\text{s}$  το νήμα κόβεται και η δύναμη  $F$  καταργείται. Εκείνη την στιγμή το επίπεδο γίνεται μη λείο με συντελεστή τριβής  $\mu=\frac{\sqrt{3}}{3}$ . Να βρεθούν:

- i) Η ταχύτητα του σημείου επαφής του κυλίνδρου με το κεκλιμένο επίπεδο τη χρονική στιγμή  $t_1$ .
- ii) Το μέγιστο ύψος που θα φτάσει το κέντρο μάζας του κυλίνδρου σε σχέση με την αρχική του θέση.
- iii) Το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας του κυλίνδρου όταν αυτός επιστρέψει στην θέση όπου βρισκόταν την χρονική στιγμή  $t=0$ .

Δίνεται για τον κύλινδρο  $I_{\text{cm}}=\frac{1}{2}M\cdot R^2$ .

#### 3.3.22. Πότε η ισορροπία είναι ευκολότερη;



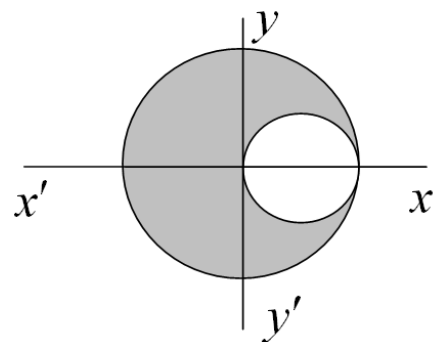
Δίνεται μια αβαρής ράβδος  $AB$  μήκους  $1\text{m}$ , σε σημείο  $\Gamma$  της οποίας στερεώνεται μια μικρή σημειακή μάζα  $m=0,2\text{kg}$ , η οποία απέχει απόσταση  $d=0,4\text{m}$  από το άκρο  $A$  της ράβδου. Στο άκρο  $A$  ή στο  $B$  πρέπει να στηρίξουμε κατακόρυφα τη ράβδο στην παλάμη μας για να πετύχουμε καλύτερη ισορροπία, με την έννοια ότι αν εκτραπεί λίγο από την κατακόρυφο, θα αποκτήσει μικρότερη γωνιακή επιτάχυνση;

#### 3.3.23. Βρείτε τη ροπή αδράνειας.

Το εικονιζόμενο ομογενές σώμα έχει μάζα  $7\text{Kg}$  και έχει προκύψει από σφαίρα ακτίνας  $20\text{cm}$  στην οποία δημιουργήσαμε σφαιρική κοιλότητα ακτίνας  $10\text{cm}$ .

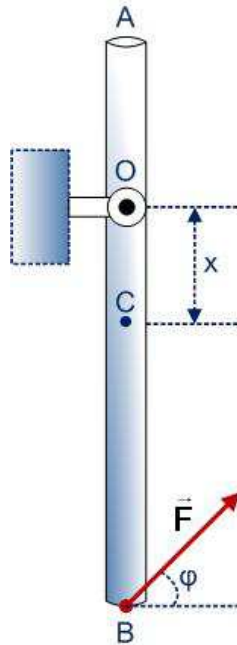
Να υπολογίσετε την ροπή αδράνειας του σώματος

- i) ως προς τον άξονα  $\chi\chi'$ .
- ii) ως προς τον άξονα  $\psi\psi'$ .



#### 3.3.24. Μηδενισμός της Δύναμης του Άξονα Περιστροφής

Ομογενής ράβδος (AB) μάζας  $m$  και μήκους  $\ell$  μπορεί να περιστρέφεται ελεύθερα, χωρίς τριβή γύρω από άξονα κάθετο σ' αυτή, ο οποίος διέρχεται από σημείο της  $O$  σε απόσταση  $x$  από το κέντρο μάζας της  $C$ . Η ράβδος αρχικά ηρεμεί σε κατακόρυφη θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα.



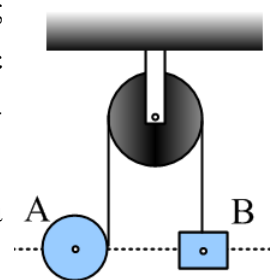
Αν την χρονική στιγμή  $t=0$ , στο άκρο B της ράβδου, εφαρμοστεί δύναμη  $F$  υπό γωνία  $\varphi = \pi/4$ , τέτοια ώστε να μηδενιστεί η δύναμη από την άξονα περιστροφής, **ακριβώς** στην αρχή της κίνηση ( $t=0$ ), να υπολογιστούν:

- i) η δύναμη  $F$
- ii) η απόσταση  $x$
- iii) η επιτάχυνση του κέντρου μάζας και η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου τη χρονική στιγμή  $t=0$

Δίνεται:  $I_c = (1/12)m\ell^2$ ,  $g$

### 3.3.25. Μια τροχαλία, ένα γιο-γιο και ένας κύβος.

Γύρω από έναν κύλινδρο (γιο-γιο) A, μάζας  $m_1=0,3\text{kg}$  έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα, το οποίο αφού περάσουμε από μια τροχαλία, στο άλλο άκρο του δένουμε έναν κύβο B, όπως στο σχήμα. Συγκρατούμε τα δύο σώματα, με τεντωμένο το νήμα, στο ίδιο ύψος.

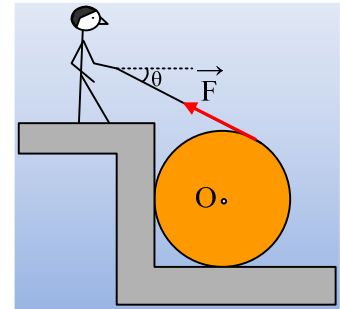


- i) Αφήνουμε τα σώματα ελεύθερα και παρατηρούμε ότι το σώμα B παραμένει ακίνητο στη θέση του. Να βρεθεί η μάζα του σώματος B.
- ii) Αντικαθιστούμε τον κύβο B, με άλλον  $B'$ , μάζας  $m_2=0,2\text{kg}$  και επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αφήνοντας ελεύθερα τα δυο σώματα τη στιγμή  $t_0=0$ . Αν η μάζα της τροχαλίας είναι ίση με  $M=0,4\text{kg}$ , να βρεθεί η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των σωμάτων A και  $B'$  τη χρονική στιγμή  $t_1=0,5\text{s}$ .

Δίνεται η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής του κυλίνδρου και της τροχαλίας  $I_1 = \frac{1}{2} m_1 r^2$  και  $I_2 = \frac{1}{2} M R^2$ ,  $g=10\text{m/s}^2$  ενώ το νήμα δεν γλιστρά στο αυλάκι της τροχαλίας.

### 3.3.26. Κύλινδρος εν γωνία.

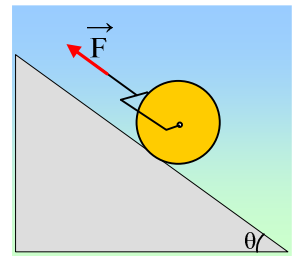
Γύρω από έναν κύλινδρο, μάζας 7kg, έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα. Τοποθετούμε τον κύλινδρο σε θέση όπως στο σχήμα και τραβώντας το άκρο του νήματος ασκούμε στον κύλινδρο δύναμη  $F$ . Η γωνία  $\theta$  που σχηματίζει το νήμα με την οριζόντια διεύθυνση είναι  $\theta=30^\circ$ . Ο κατακόρυφος τοίχος είναι λείος, ενώ ο κύλινδρος παρουσιάζει με το έδαφος συντελεστές τριβής  $\mu=\mu_s=0,5$ , η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10\text{m/s}^2$ , ενώ η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του  $I= \frac{1}{2} MR^2$ .



- i) Ποια είναι η μέγιστη τιμή της δύναμης που μπορούμε να ασκήσουμε μέσω του νήματος, χωρίς να περιστραφεί ο κύλινδρος;
- ii) Αυξάνουμε την ασκούμενη δύναμη, στην τιμή  $F=30\text{N}$ . Πόσο νήμα πρέπει να τραβήξουμε σε χρονικό διάστημα  $t_1=4\text{s}$ , για να εξασφαλίσουμε την εξάσκηση της παραπάνω σταθερής δύναμης στον κύλινδρο;
- iii) Συνεχίζουμε να αυξάνουμε το μέτρο της δύναμης  $F$ . Ποια η ελάχιστη τιμή του μέτρου της δύναμης  $F$ , ώστε ο κύλινδρος να χάσει την επαφή με το οριζόντιο επίπεδο;

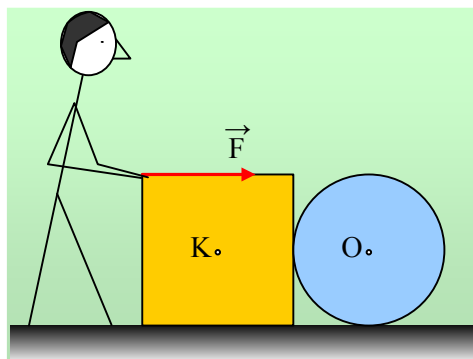
### 3.3.27. Δύναμη και είδος κίνησης.

Ο άξονας ενός ομογενούς κυλίνδρου συνδέεται με αβαρές νήμα, μέσω του οποίου μπορούμε να ασκούμε πάνω του δύναμη  $F$ , όπως στο σχήμα. Αφήνουμε τον κύλινδρο πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο, με το οποίο εμφανίζει συντελεστές τριβής  $\mu=\mu_s=1/8$  και ταυτόχρονα ασκούμε πάνω του δύναμη  $F$  παράλληλη στο επίπεδο. Αν η μάζα του κυλίνδρου είναι  $M=10\text{kg}$ ,  $\eta\mu\theta=0,6$  και  $\sigma\eta\nu\theta=0,8$ , η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του  $I= \frac{1}{2} MR^2$  και  $g=10\text{m/s}^2$ , ζητούνται:



- i) Ποιο το μέτρο της  $F$ , ώστε ο κύλινδρος να παραμείνει ακίνητος;
- ii) Για ποιες τιμές της δύναμης  $F$ , ο κύλινδρος ανέρχεται κατά μήκος του επιπέδου, χωρίς να ολισθαίνει;
- iii) Για ποιες τιμές της δύναμης  $F$ , ο κύλινδρος κατέρχεται κατά μήκος του επιπέδου, χωρίς να ολισθαίνει;
- iv) Ποιος ο ελάχιστος χρόνος για να διανύσει ο κύλινδρος απόσταση 4m:
  - α) κυλιόμενος προς τα πάνω
  - β) κυλιόμενος προς τα κάτω.

### 3.3.28. Ο Κύβος σπρώχνει έναν κύλινδρο.



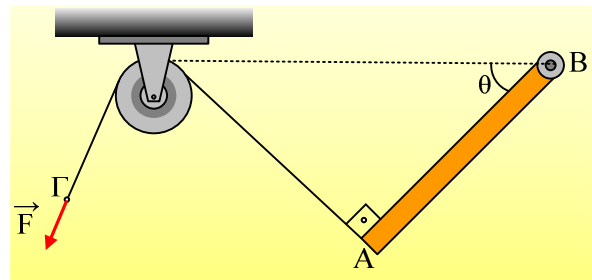
Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν ένα κύβος ακμής  $a=1\text{m}$  και μάζας  $M=40\text{kg}$  και ένας κύλινδρος ακτίνας  $R=0,5\text{m}$  και μάζας  $m=30\text{kg}$ , σε επαφή. Σε μια στιγμή  $t_0=0$ , ένας άνθρωπος ασκώντας σταθερή οριζόντια δύναμη  $F$  στην πάνω αριστερή κορυφή του κύβου, μετακινεί το σύστημα κατά  $1,6\text{m}$ , μέχρι τη στιγμή  $t_1=2\text{s}$ , ενώ ο κύλινδρος κυλιέται (χωρίς να ολισθαίνει). Οι συντελεστές τριβής τόσο μεταξύ κύβου-κυλίνδρου, όσο και μεταξύ των σωμάτων και του εδάφους είναι  $\mu=\mu_s=0,2$ .

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του  $I= \frac{1}{2} mR^2$  και  $g=10\text{m/s}^2$ .

- Να υπολογιστεί η οριζόντια δύναμη με την οποία ο κύβος σπρώχνει τον κύλινδρο.
- Πόση θερμική ενέργεια παράγεται στο παραπάνω χρονικό διάστημα, λόγω τριβής, μεταξύ κύβου και κυλίνδρου;
- Να βρεθεί η ροπή της δύναμης που δέχεται ο κύβος από το έδαφος, ως προς το κέντρο μάζας  $K$  του κύβου.
- Αν τη στιγμή  $t_1$  ο άνθρωπος παύει να σπρώχνει τον κύβο, να γίνει η γραφική παράσταση της απόστασης  $d=(KO)$  των κέντρων των δύο στερεών, μέχρι τη στιγμή  $t_2=5\text{s}$ .

### 3.3.29. Ισορροπεί οριζόντια;

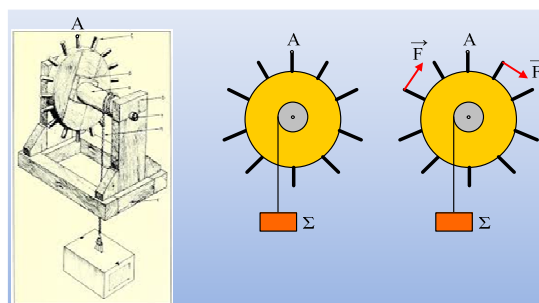
Η ράβδος  $AB$  του σχήματος μάζας  $60\text{kg}$ , μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το άκρο της  $B$ . Δένουμε ένα αβαρές νήμα στο άκρο της  $A$ , το οποίο αφού το περάσουμε από μια τροχαλία μάζας  $10\text{kg}$ , στο άλλο του άκρο, ασκούμε μια κατάλληλη δύναμη  $F$ , με αποτέλεσμα η ράβδος να ισορροπεί, όπως στο σχήμα, όπου  $\theta=60^\circ$ , ενώ το νήμα είναι κάθετο στη ράβδο.



- Να υπολογιστεί το μέτρο της ασκούμενης δύναμης  $F$ .
- Σε μια στιγμή διπλασιάζουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης  $F$ . Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του άκρου  $A$  της ράβδου, αμέσως μόλις αυξηθεί η δύναμη.
- Υποστηρίζεται ότι αν αυξήσουμε το μέτρο της δύναμης, μπορούμε να φέρουμε τη ράβδο, ώστε να ισορροπεί σε οριζόντια θέση, με οριζόντιο και το νήμα μέσω του οποίου ασκούμε τη δύναμη  $F$ . Να εξετάσετε αν αυτό μπορεί να επιτευχθεί.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της  $I= \frac{1}{2} mR^2$ , ενώ η αντίστοιχη για τη ράβδο ως προς τον άξονα περιστροφής στο άκρον της  $B$   $I= \frac{1}{3} Ml^2$  και  $g=10\text{m/s}^2$ .

### 3.3.30. Εφαρμόζοντας τη δυναμική σε ένα βαρούλκο.



Στο παραπάνω σχήμα βλέπετε ένα βαρούλκο, με την βοήθεια του οποίου ανεβάζουμε ένα βαρύ σώμα Σ. Δίνονται η ακτίνα του τυμπάνου γύρω από το οποίο τυλίγεται το σχοινί  $r=10\text{cm}$ , ενώ η ακτίνα του σημείου A είναι ίση με  $R=50\text{cm}$ .

- α) Ασκώντας δυο δυνάμεις ίσου μέτρου  $F=20\text{N}$ , στα άκρα δύο χειρολαβών, κάθετα προς αυτές όπως στο σχήμα, μπορούμε να στρέφουμε το βαρούλκο, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\omega=0,1\text{rad/s}$ .
- β) Αν αυξήσουμε το μέτρο των δυνάμεων στην τιμή  $F_1=24\text{N}$ , τότε το τύμπανο αποκτά γωνιακή επιτάχυνση  $\alpha_{\gamma\omega\nu}=4\text{rad/s}^2$ .
- i) Να βρεθεί η μάζα του σώματος Σ.
- ii) Πόση είναι η ροπή αδράνειας του βαρούλκου ως προς τον άξονα περιστροφής του;
- iii) Να βρεθεί η επιτάχυνση του σώματος Σ, αν καταργηθεί η μια από τις δύο δυνάμεις ενώ η άλλη συνεχίζει να έχει σταθερό μέτρο  $24\text{N}$ .

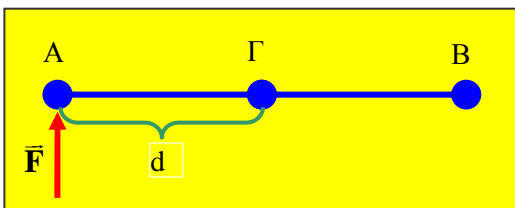
Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ , ενώ δεν ασκούνται τριβές από τον άξονα περιστροφής στο τύμπανο του βαρούλκου.

### 3.3.31. Το φρενάρισμα ενός τροχού.

Ένας τροχός μάζας  $M=20\text{kg}$  και ακτίνας  $R=0,5\text{m}$  κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο δρόμο με ταχύτητα κέντρου μάζας  $v_{\text{cm}}=20\text{m/s}$ . Ασκώντας πάνω του μια σταθερή ροπή, μέσω ενός ζεύγους δυνάμεων, ο τροχός ακινητοποιείται μετά από λίγο.

- i) Ποια είναι η μέγιστη ροπή, που μπορούμε να ασκήσουμε στον τροχό, ώστε στη διάρκεια της επιβράδυνσής του, να μην προκληθεί ολίσθηση του τροχού;
- ii) Να βρεθεί η ελάχιστη απόσταση στην οποία θα ακινητοποιηθεί, στην περίπτωση αυτή, ο τροχός.
- Δίνεται ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ τροχού και δρόμου  $\mu_s=0,8$  και  $g=10\text{m/s}^2$ .

### 3.3.32. Τρεις σημειακές σφαίρες πάνω σε ράβδο και οι στιγμιαίες επιταχύνσεις τους.



Δυο σημειακές σφαίρες A και B με μάζες  $m_A = m_B = 2M$  είναι κολλημένες στα άκρα μιας άκαμπτης λεπτής και αβαρούς ράβδου μήκους  $2d$ .

Μια τρίτη σφαίρα Γ μάζας  $m_\Gamma = M$  είναι κολλημένη στο μέσον της ράβδου.

Το σύστημα, τοποθετείται πάνω σε οριζόντιο λείο επίπεδο και ηρεμεί.

Την χρονική στιγμή  $t = 0$ , μια οριζόντια δύναμη μέτρου  $F$ , ασκείται στην αριστερή σφαίρα A κάθετα στη ράβδο.

Να υπολογιστούν οι τιμές που έχουν τα παρακάτω μεγέθη αμέσως μετά την εφαρμογή της δύναμης.

- i. η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του συστήματος
- ii. η γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος
- iii. η επιτρόχεια επιτάχυνση των σφαιρών
- iv. η κεντρομόλος επιτάχυνση των σφαιρών A και B
- v. η συνολική επιτάχυνση της σφαίρας A
- vi. η συνολική επιτάχυνση της σφαίρας B

Δίνονται τα μεγέθη  $F$ ,  $M$  και  $d$ .

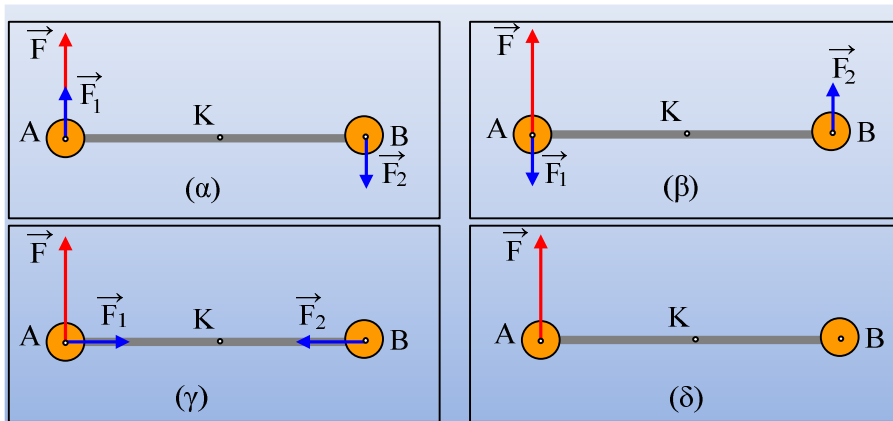
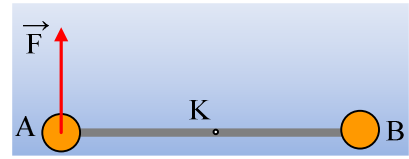
### 3.3.33. Δυνάμεις σε σημειακές μάζες από αβαρή ράβδο.

Δυο σημειακές σφαίρες A και B με μάζες  $m_A = m_B = M$  είναι κολλημένες στα άκρα μιας άκαμπτης λεπτής και αβαρούς ράβδου μήκους  $\ell = 2d$ .

Το σύστημα, τοποθετείται πάνω σε οριζόντιο λείο επίπεδο και ηρεμεί.

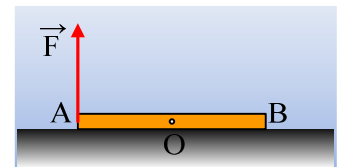
Την χρονική στιγμή  $t = 0$ , μια οριζόντια δύναμη μέτρου  $F$ , ασκείται

στην αριστερή σφαίρα A κάθετα στη ράβδο. Ποιο από τα παρακάτω σχήματα δείχνει σωστά τις δυνάμεις που ασκεί η ράβδος στις σφαίρες, αμέσως μετά την άσκηση της δύναμης  $F$ ;



### 3.3.34. Κατακόρυφη δύναμη σε σανίδα.

Μια ομογενής σανίδα μήκους  $2m$  και μάζας  $1kg$  ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ασκούμε στο ένα της άκρο A μια κατακόρυφη δύναμη  $F=2N$  και βλέπουμε ότι η σανίδα ισορροπεί.



- Να υπολογίσετε την δύναμη που ασκεί το επίπεδο στη σανίδα και τη ροπή της ως προς το μέσον O της σανίδας.
- Αυξάνουμε το μέτρο της δύναμης στην τιμή  $F=4N$  και η ράβδος συνεχίζει να ισορροπεί. Πόσο απέχει ο φορέας της αντίδρασης του επιπέδου από το μέσον O της ράβδου;
- Ποια είναι η μέγιστη τιμή της ασκούμενης δύναμης, χωρίς να αρχίσει να σηκώνεται η σανίδα;
- Αυξάνουμε το μέτρο της δύναμης στην τιμή  $F=6N$ . Να βρεθεί η αρχική επιτάχυνση του μέσου O της και του άκρου A της ράβδου.
- Αν η δύναμη  $F$  παραμένει σταθερή, να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια της σανίδας τη στιγμή που σχηματίζει γωνία  $\theta=30^\circ$  με το επίπεδο.
- Να υπολογιστεί η ταχύτητα του μέσου O και του άκρου B της σανίδας στην παραπάνω θέση.

Δίνεται  $g=10m/s^2$  και η ροπή αδράνειας της σανίδας ως προς κάθετο άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της

$$I_{cm} = \frac{1}{12} mL^2.$$

### 3.3.35. Ράβδος με ρόδα.

Η λεπτή ράβδος και ο τροχός του σχήματος έχουν μάζες  $M$  και  $m$  αντίστοιχα.

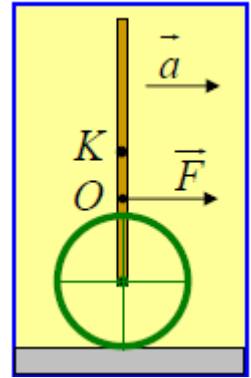
Η ακτίνα του τροχού είναι  $R$  και το μήκος της ράβδου είναι  $4R$ .

Ο τροχός είναι λεπτός και οι ακτίνες αμελητέας μάζας.

Ολίσθηση του τροχού δεν παρατηρείται.

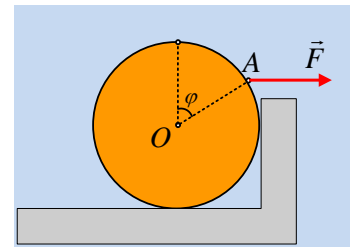
Αν θέλουμε το σύστημα να κινείται με σταθερή επιτάχυνση  $a$ , ασκώντας οριζόντια δύναμη, πόση πρέπει να είναι αυτή και σε ποιο σημείο πρέπει να ασκείται;

Πόση είναι η τριβή από το έδαφος;



### 3.3.36. Κύλινδρος και σκαλοπάτι.

Στο διπλανό σχήμα, ο κύλινδρος ακτίνας  $R$ , ισορροπεί ενώ δέχεται οριζόντια δύναμη  $F$ , ασκούμενη στο σημείο  $A$ , όπου η ακτίνα  $OA$  σχηματίζει γωνία  $\varphi=60^\circ$  με την κατακόρυφη. Το λείο σκαλοπάτι, ύψους  $h > R$  εμποδίζει την κίνηση του κυλίνδρου. Αν  $F = \frac{1}{2} w$ , όπου  $w$  το βάρος του κυλίνδρου:



- Να υπολογίσετε την δύναμη που δέχεται ο κύλινδρος από το σκαλοπάτι.
- Να **αποδείξετε** ότι ο κύλινδρος δέχεται τριβή από το οριζόντιο επίπεδο και στη **συνέχεια** να υπολογίσετε την τιμή της.
- Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ κυλίνδρου και οριζοντίου επιπέδου ώστε να εξασφαλίζεται η ισορροπία του κυλίνδρου;
- Αν σε μια στιγμή αυξήσουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης στην τιμή  $F' = \frac{3}{4} w$  ενώ ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κυλίνδρου και οριζοντίου επιπέδου, είναι ίσος με την ελάχιστη τιμή του συντελεστή οριακής τριβής του προηγούμενου ερωτήματος, να υπολογίσετε την αρχική γωνιακή επιτάχυνση που θα αποκτήσει ο κύλινδρος.

Εφαρμογή:  $R=0,5\text{m}$ ,  $g=10\text{m/s}^2$ , ενώ για τον κύλινδρο ως προς τον άξονά του  $I = \frac{1}{2} MR^2$ .

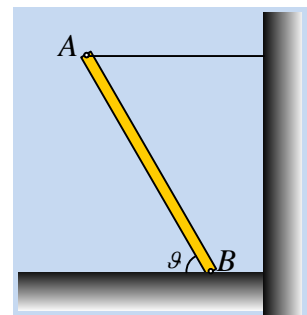
### 3.3.37. Ισορροπία και επιτάχυνση μιας δοκού.

Μια ομογενής δοκός μάζας  $12\text{kg}$  και μήκους  $\ell$  ισορροπεί όπως στο σχήμα, δεμένη στο ένα της άκρο  $A$  με την βοήθεια οριζόντιου νήματος, με κατακόρυφο τοίχο, ενώ στο άλλο της άκρο στηρίζεται στο οριζόντιο έδαφος, με το οποίο εμφανίζει συντελεστές τριβής  $\mu=0,5$  και  $\mu_s=0,6$ , σχηματίζοντας με αυτό γωνία  $\theta$ , όπου  $\eta\mu\theta=0,8$ .

- Να υπολογιστούν οι δυνάμεις που ασκούνται από το νήμα και το έδαφος στη δοκό.
- Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα. Για τη στιγμή, αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος να βρεθούν οι επιταχύνσεις του κέντρου μάζας  $K$  και του άκρου  $A$  της δοκού.

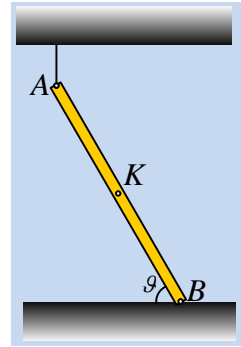
Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ , ενώ η ροπή αδράνειας της δοκού ως προς κάθετο άξονα που

περνά από το μέσον της  $K$  είναι ίση  $I = \frac{1}{12} M\ell^2$ .



### 3.3.38. Η ράβδος γλιστράει...

Μια ομογενής δοκός AB μάζας 12kg και μήκους  $\ell$  ισορροπεί όπως στο σχήμα, δεμένη στο άκρο κατακόρυφου νήματος, ενώ το άκρο της B στηρίζεται στο έδαφος, σχηματίζοντας με αυτό γωνία  $\theta$ , όπου  $\eta\mu\theta=0,8$ . Η δοκός εμφανίζεται με το έδαφος συντελεστές τριβής  $\mu=\mu_s=0,2$ . Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα. Για τη στιγμή, αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος να βρεθούν οι επιταχύνσεις του κέντρου μάζας K και του άκρου A της δοκού.

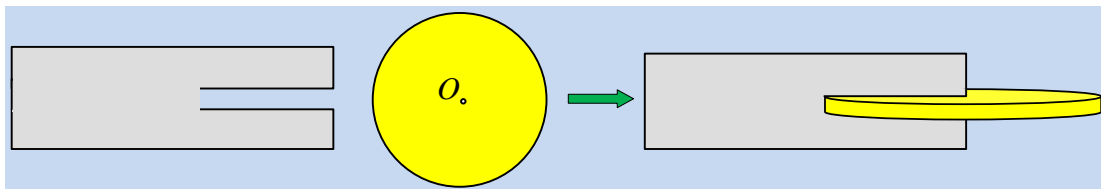


Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ , ενώ η ροπή αδράνειας της δοκού ως προς κάθετο άξονα που περνά

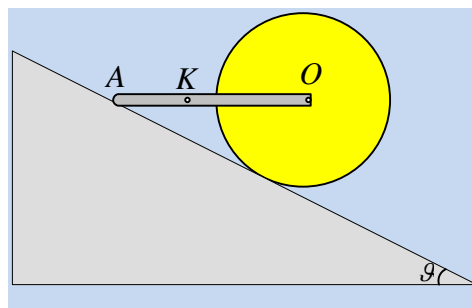
από το μέσον της K ισχύει  $I_{cm} = \frac{1}{12} M\ell^2$ .

### 3.3.39. Ένας «οδοστρωτήρας» σε κεκλιμένο επίπεδο.

Διαθέτουμε ένα ομογενή κύλινδρο μάζας  $m=20\text{kg}$  και ακτίνας  $R=0,5\text{m}$ , τον οποίο προσαρμόζουμε σε ένα δοκάρι, μάζας  $M=40\text{kg}$  και μήκους  $\ell=1\text{m}$ , στο οποίο έχουμε δημιουργήσει μια εγκοπή, όπως στο σχήμα:



Έτσι κατασκευάζουμε έναν «οδοστρωτήρα» τον οποίο τοποθετούμε σε ένα κεκλιμένο επίπεδο, με γωνία κλίσεως  $\theta=30^\circ$ .



Το κέντρο μάζας K της δοκού απέχει από το άκρο A απόσταση  $(AK)=0,3\text{m}$ . Αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα, το οποίο αρχίζει να κινείται προς τα κάτω με τον κύλινδρο να κυλίεται και να διανύει απόσταση 2m σε χρονικό διάστημα 2s.

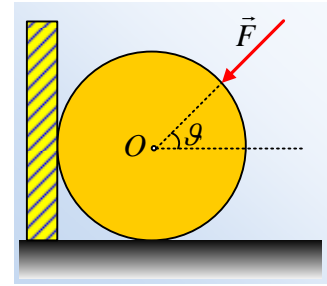
Δίνονται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του  $I = \frac{1}{2} mR^2$ ,  $g=10\text{m/s}^2$  ενώ να θεωρήσετε ότι  $\eta\mu\theta=0,5$  και  $\sigma\upsilon\eta\theta=0,87$ .

- i) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του άξονα του κυλίνδρου, καθώς και την γωνιακή του επιτάχυνση.
- ii) Να υπολογίσετε την τριβή που θα ασκηθεί στη δοκό, στο άκρο της A.
- iii) Να βρεθεί η δύναμη που δέχεται η δοκός από τον άξονα του κυλίνδρου στο άκρο της O.
- iv) Ποιο στερεό, ο κύλινδρος ή η δοκός συνεισφέρει περισσότερο στο «στρώσιμο» του δρόμου;

### 3.3.40. Προκαλώντας την τριβή να εμφανιστεί .....



Μια ομογενής σφαίρα μάζας  $M=20\text{kg}$  και ακτίνας  $R=0,4\text{m}$  ηρεμεί σε επαφή με λείο κατακόρυφο τοίχο. Η σφαίρα παρουσιάζει με το έδαφος συντελεστές τριβής  $\mu=\mu_s=0,2$  και σε μια στιγμή δέχεται μια δύναμη  $\vec{F}$ , μέτρου  $100\text{N}$  η οποία σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία  $\theta$ , όπου  $\eta\mu\theta=0,6$  και  $\sigma\eta\theta=0,8$  και με κατεύθυνση προς το κέντρο  $O$  της σφαίρας, όπως στο σχήμα.



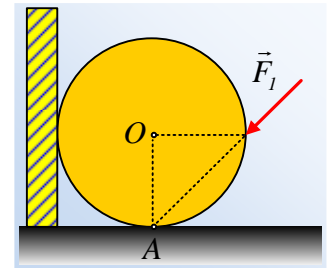
i) Ποια πρόταση είναι σωστή:

- Η σφαίρα δέχεται δύναμη τριβής με φορά προς τα αριστερά.
- Η σφαίρα δέχεται δύναμη τριβής με φορά προς τα δεξιά.
- Η τριβή που ασκείται στη σφαίρα είναι στατική, η οποία μπορεί να μετατραπεί σε τριβή ολίσθησης, αν αυξηθεί το μέτρο της ασκούμενης δύναμης.
- Η σφαίρα δεν δέχεται δύναμη τριβής από το έδαφος.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ii) Να βρείτε τις δυνάμεις που δέχεται η σφαίρα από τον τοίχο και το έδαφος.

iii) Αλλάζουμε την ασκούμενη δύναμη, ασκώντας τώρα την δύναμη  $\vec{F}_1$ , μέτρου επίσης  $F_1=100\text{N}$  η οποία κατευθύνεται στο σημείο επαφής  $A$  της σφαίρας με το έδαφος, όπως στο σχήμα. Να υπολογίσετε την τριβή που θα ασκηθεί στη σφαίρα.



iv) Απομακρύνουμε τη σφαίρα ώστε να μην εφάπτεται του τοίχου και στη συνέχεια της ασκούμε ξανά την παραπάνω δύναμη  $F$ , όπως στο πρώτο σχήμα. Να υπολογιστεί η τριβή που ασκείται τώρα στη σφαίρα, βρίσκοντας την επιτάχυνση του κέντρου της  $O$ , καθώς και τη γωνιακή επιτάχυνση που θα αποκτήσει.

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$  και η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς μια διάμετρό της  $I=2/5MR^2$ .