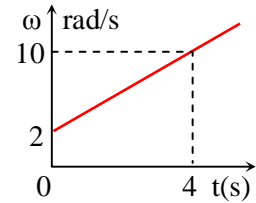


3.1. Κινηματική στερεού.

3.1.1. Γωνιακή επιτάχυνση και γωνία στροφής

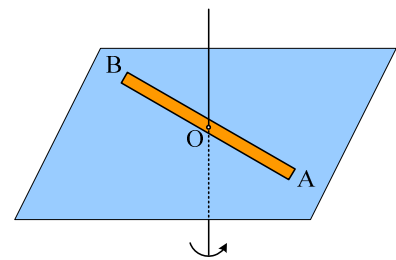
Η γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας ενός στερεού που στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα δίνεται στο διπλανό διάγραμμα. Να υπολογίσετε:

- Τη γωνιακή επιτάχυνση του στερεού.
- Τη γωνιά κατά την οποία περιστρέφεται το στερεό από 0-4s.
- Ποια χρονική στιγμή το στερεό έχει γωνιακή ταχύτητα $\omega=40\text{rad/s}$;



3.1.2. Διανύσματα γωνιακών και γραμμικών μεγεθών.

Μια ομογενής ράβδος AB μήκους $l=4\text{m}$ στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα ο οποίος διέρχεται από το μέσον της O, ευρισκόμενη σε οριζόντιο επίπεδο. Κάποια στιγμή στρέφεται όπως δείχνει το σχήμα με γωνιακή ταχύτητα $\omega=2\text{rad/s}$ ενώ έχει γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\omega}=-1\text{rad/s}^2$.



- Σχεδιάστε στο διπλανό σχήμα τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου.
- Σχεδιάστε επίσης την γραμμική ταχύτητα του άκρου A καθώς και τα διανύσματα της κεντρομόλου και της επιτροχίας επιτάχυνσης του σημείου A.
- Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής του μέτρου της γραμμικής ταχύτητας του σημείου A.

3.1.3. Ομαλά επιταχυνόμενη στροφική κίνηση.

Ένας οριζόντιος δίσκος ακτίνας $R=0,5\text{m}$ για $t=0$ αρχίζει να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το κέντρο του O, με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\omega}=2\text{rad/s}^2$. Για τη χρονική στιγμή $t=10\text{s}$, ζητούνται:

- Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δίσκου.
- Ο αριθμός των περιστροφών που πραγματοποίησε ο δίσκος.
- Αναφερόμενοι σε ένα σημείο A στην περιφέρεια του δίσκου:
 - Βρείτε την επιτροχία και την κεντρομόλο επιτάχυνση του σημείου A.
 - Ποια η γραμμική ταχύτητα του σημείου A;
 - Υπολογίστε το μήκος του τόξου που διέγραψε το σημείο A στο παραπάνω χρονικό διάστημα.

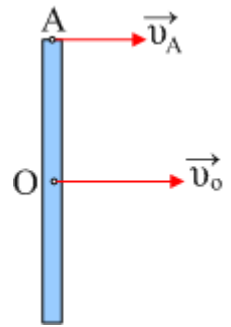
3.1.4. Διάγραμμα συχνότητας και μια εκμετάλλευσή του..

Ένας δίσκος μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα και ηρεμεί. Για $t=0$ δέχεται κατάλληλη ροπή, οπότε αποκτά σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\omega}=0,2\pi\text{ rad/s}^2$ μέχρι τη στιγμή $t_1=20\text{s}$.

- Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συχνότητας του δίσκου σε συνάρτηση με το χρόνο
- Με τη βοήθεια του παραπάνω διαγράμματος να βρείτε πόσες στροφές πραγματοποίησε ο δίσκος μέχρι τη στιγμή t_1 .

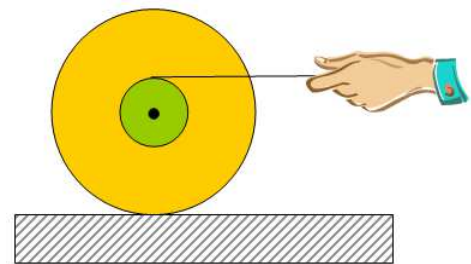
3.1.5. Ταχύτητες σημείων ενός στερεού

Μια ομογενής δοκός μήκους $l=2\text{m}$ κινείται ελεύθερα οριζόντια πάνω σε μια παγωμένη λίμνη, χωρίς τριβές και για $t=0$ δίνονται οι ταχύτητες του μέσου O και του άκρου A , $v_0=10\text{m/s}$ και $v_A=4\text{m/s}$ αντίστοιχα. Να βρεθούν οι ταχύτητες των παραπάνω σημείων τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{6}$ s.



3.1.6. Με ποια ταχύτητα κινείται το χέρι;

Ο κύλινδρος του σχήματος, ακτίνας $R = 0,3\text{m}$, φέρει κυκλική εγκοπή ακτίνας $r = 0,1\text{m}$. Τυλίγουμε σχοινί στην εγκοπή και τραβάμε με το χέρι μας. Ο κύλινδρος κινείται με ταχύτητα $v = 3\frac{m}{s}$ χωρίς να ολισθαίνει στο οριζόντιο δάπεδο. Με ποια ταχύτητα κινείται το χέρι;



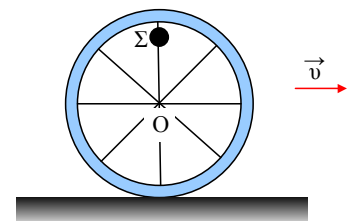
3.1.7. Η κύλιση ενός τροχού

Ένας τροχός ακτίνας $R=0,5\text{m}$, κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερή επιτάχυνση 2m/s^2 ξεκινώντας από την ηρεμία. Μετά από χρονικό διάστημα $t=5\text{s}$, να βρείτε:

- Την ταχύτητα του κέντρου μάζας του τροχού O .
- Την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του τροχού.
- Τη ταχύτητα και την οριζόντια επιτάχυνση του σημείου επαφής του τροχού με το έδαφος, σημείο A , καθώς και του αντιδιαμετρικού του σημείου B .

3.1.8. Κύλιση και κέντρο μάζας.

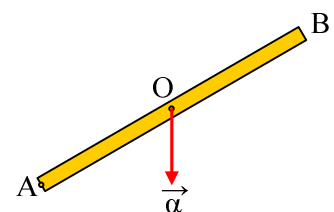
Ο τροχός ενός κάρου έχει μάζα $M=10\text{kg}$ και ακτίνα $R=0,8\text{m}$, ενώ ένα σώμα Σ μάζας $m_1=10\text{kg}$, το οποίο θεωρείται υλικό σημείο, είναι προσδεμένο σε απόσταση $r=0,6\text{m}$ από τον άξονα O του τροχού. Το κάρο κινείται με ταχύτητα $v=1,6\text{m/s}$ και ο τροχός κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει.



- Σε πόσο χρόνο ο τροχός ολοκληρώνει μια περιστροφή;
- Ποια η μέγιστη και ποια η ελάχιστη ταχύτητα του σώματος Σ ;
- Ποια η v_{cm} τη στιγμή που το σώμα Σ βρίσκεται στην κατακόρυφο που περνά από τον άξονα O του τροχού, όπως στο σχήμα;

3.1.9. Επιτάχυνση κέντρου μάζας και του άκρου μιας ράβδου.

Μια ομογενής ράβδος AB στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της A . Σε μια στιγμή διέρχεται από τη θέση που φαίνεται στο σχήμα και τη στιγμή αυτή το κέντρο μάζας O έχει κα-

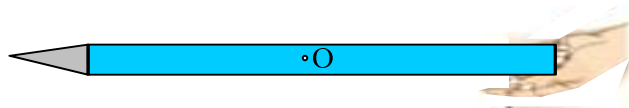


τακόρυφη επιτάχυνση μέτρου 6m/s^2 με φορά προς τα κάτω.

Να βρεθεί η επιτάχυνση (μέτρο και κατεύθυνση) του άκρου B στη θέση αυτή.

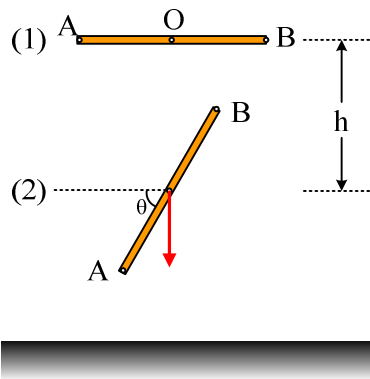
3.1.10. Μια σύνθετη κίνηση ενός μολυβιού.

Διαθέτουμε ένα μολύβι μήκους 20cm, το οποίο κρατάμε στο χέρι μας σε οριζόντιο θέση. Σε μια στιγμή εκτοξεύουμε κατακόρυφα το μολύβι, το οποίο ξαναπιάνουμε μετά από 0,4s, στην ίδια θέση, με τον ίδιο προσανατολισμό, ενώ στο μεταξύ το μολύβι έχει κάνει δύο περιστροφές στον αέρα.



Να βρεθούν οι ταχύτητες των δύο άκρων του μολυβιού, τη στιγμή που εγκαταλείπει το χέρι μας. Θεωρείστε ότι το κέντρο μάζας του μολυβιού το μέσον του O και $g=10\text{m/s}^2$.

3.1.11. Σύνθετη κίνηση ράβδου.



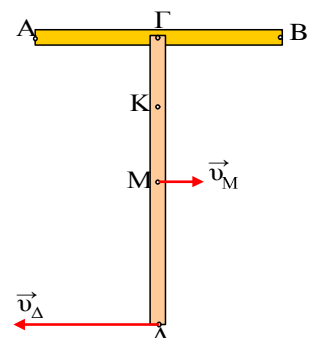
Μια ομογενής ράβδος μήκους $l=48/5\text{m}\approx 3\text{m}$ εκτοξεύεται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω και φτάνει σε ύψος H. Στο σχήμα, η πάνω θέση της ράβδου θέση (1), αντιστοιχεί στο μέγιστο ύψος, ενώ μετά από λίγο η ράβδος φτάνει στη θέση (2) έχοντας στραφεί κατά γωνία $\theta=\pi/3$, έχοντας κατέλθει κατά $h=0,8\text{m}$.

- Βρείτε το χρονικό διάστημα για την μετακίνηση της ράβδου από τη θέση (1) στη θέση (2).
- Πόση είναι η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της ράβδου;
- Να υπολογίσετε τις ταχύτητες των άκρων A και B της ράβδου στις δύο παραπάνω θέσεις και να τις σχεδιάσετε πάνω στο σχήμα.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

3.1.12. Μια σύνθετη κίνηση στερεού.

Ένα στερεό αποτελείται από δύο ομογενείς, από διαφορετικό υλικό ράβδους, οι οποίες είναι συνδεδεμένες, όπως στο σχήμα. Οι ράβδοι έχουν μήκη $(AB)=0,8\text{m}$ και $(\Gamma\Delta)=1,2\text{m}$. Το στερεό κινείται σε κατακόρυφο επίπεδο εκτελώντας σύνθετη κίνηση γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο στη ράβδο που περνά από το κέντρο μάζας του K, όπου $(K\Gamma)=0,3\text{m}$ και σε μια στιγμή βρίσκεται σε μια θέση, όπου τα σημεία M και Δ, όπου M το μέσον της ράβδου, έχουν

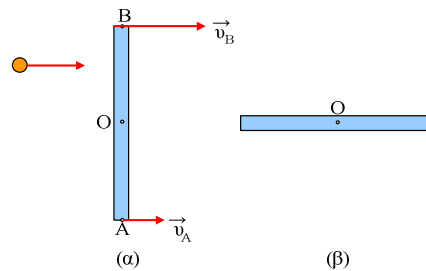


οριζόντιες ταχύτητες με μέτρα $v_M=1\text{m/s}$ και $v_\Delta=5\text{m/s}$, όπως στο σχήμα.

- Να υπολογίσετε την ταχύτητα του κέντρου μάζας K και του άκρου Γ της ράβδου $\Delta\Gamma$.
- Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του άκρου B .
- Να βρεθεί η θέση ενός σημείου O του στερεού η ταχύτητα του οποίου είναι μηδενική. Ποια η γωνία μεταξύ της (OB) και της ταχύτητας του άκρου B ;

3.1.13. Σύνθετη κίνηση στερεού μετά από κρούση.

Πάνω σε μια παγωμένη λίμνη ηρεμεί μια ομογενής σανίδα μήκους 4m . Σε μια στιγμή $t=0$ ένα κινούμενο υλικό σημείο Σ , συγκρούεται με τη σανίδα με αποτέλεσμα, αμέσως μετά την κρούση τα άκρα A και B της σανίδας να αποκτήσουν ταχύτητες $v_A=20\text{m/s}$ και $v_B=40\text{m/s}$ αντίστοιχα, όπως στο σχήμα (α).



- Ποια η ταχύτητα του μέσου O της σανίδας.
- Να βρεθεί η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της σανίδας, γύρω από το κέντρο μάζας της O .
- Σε πόσο χρόνο για πρώτη φορά η σανίδα θα βρεθεί στη θέση του σχήματος β;
- Για τη θέση (β):
 - Ποιο είναι το άκρο A και ποιο το B ;
 - Το άκρο A ή το B έχει μεγαλύτερη ταχύτητα;
 - Να βρεθεί η επιτάχυνση του κέντρου O και του άκρου A της σανίδας.

3.1.14. Ο τροχός ολισθαίνει ή σπινάρει;

Ο τροχός ενός αυτοκινήτου έχει ακτίνα $R=0,8\text{m}$. Τα αυτοκίνητο για $t=0$ ξεκινά από την ηρεμία με επιτάχυνση 2m/s^2 ενώ ο τροχός αποκτά σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu}=2\text{rad/s}^2$. Για τη χρονική στιγμή $t=5\text{s}$, να υπολογιστούν:

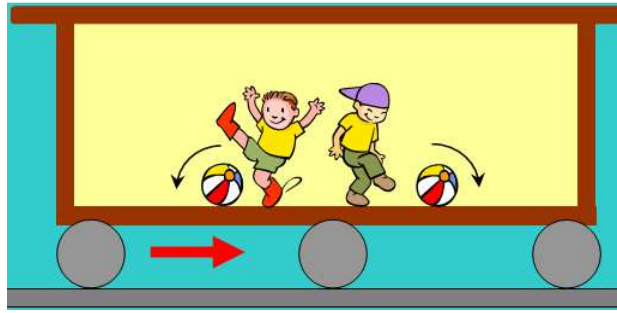
- Η ταχύτητα του αυτοκινήτου και η μετατόπιση του κέντρου O του τροχού του.
- Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του τροχού.
- Η ταχύτητα και η οριζόντια επιτάχυνση του σημείου επαφής A του τροχού με το έδαφος.
- Ο τροχός του αυτοκινήτου:
 - Κυλιέται χωρίς ολίσθηση
 - Ολισθαίνει
 - Σπινάρει.

Επιλέξτε την σωστή απάντηση δικαιολογώντας την άποψή σας.

3.1.15. Δυο μπάλες μέσα στο τραίνο.

Το τραίνο κινείται με σταθερή ταχύτητα 10m/s . Οι μπάλες είναι όμοιες, έχουν ακτίνα 20cm και στρέφονται

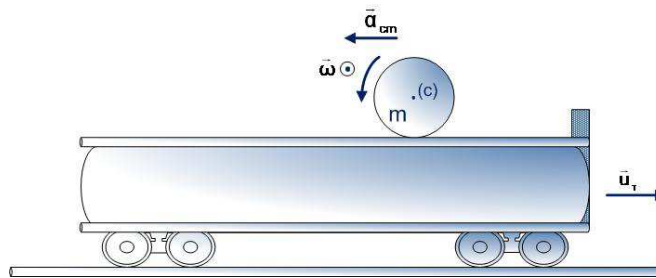
όπως στο σχήμα με σταθερές γωνιακές ταχύτητες, ίδιου μέτρου 10 rad/s .



- i) Να υπολογίσετε την ταχύτητα κάθε μπάλας ως προς το έδαφος.
- ii) Πόση είναι η δύναμη τριβής σε κάθε μπάλα;

3.1.16. Κόλιση Κυλίνδρου Κατά Μήκος Πλατφόρμας η οποία Κινείται - Εξισώσεις Κινηματικής

Στην πλατφόρμα ενός τραίνου που κινείται με σταθερή ταχύτητα u_t προς τα δεξιά, ηρεμεί κυλινδρικό σώμα ακτίνας $r=40\text{cm}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$, ο κύλινδρος αρχίζει να κυλάει προς τα πίσω χωρίς να ολισθαίνει με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu.}$, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



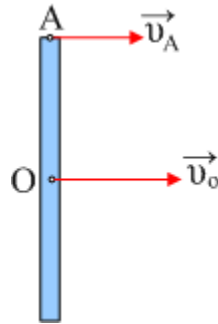
Αν ο συνολικός χρόνος κίνησης του κυλίνδρου, μέχρι να εγκαταλείψει τη πλατφόρμα, είναι $t_1=40\text{s}$ και η συνολική γωνία που διαγράφει $\varphi=50\text{rad}$, να υπολογιστούν **ως προς ακίνητο παρατηρητή που βρίσκεται πάνω στο τρένο**:

- i) το μήκος της πλατφόρμας του τραίνου
- ii) η γωνιακή επιτάχυνση και η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου
- iii) η γωνιακή ταχύτητα και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου τη στιγμή που εγκαταλείπει τη πλατφόρμα
- iv) ο αριθμός των περιστροφών του κυλίνδρου, ως τη στιγμή που εγκαταλείπει την πλατφόρμα

Αν η απόσταση που έχει διανύσει το τρένο, μέχρι να πέσει ο κύλινδρος από την πλατφόρμα, είναι $x_1=30\text{m}$

- v) να υπολογιστεί η ταχύτητα με την οποία κινείται το τρένο
- vi) να σχεδιαστούν οι γραφικές: $\omega=f(t)$, $\alpha_{\gamma\omega\nu.}=f(t)$ και $\theta=f(t)$, μέχρι τη στιγμή που το κυλινδρικό σώμα εγκαταλείπει την πλατφόρμα.

3.1.17. Κίνηση ράβδου.



Μια ομογενής δοκός μήκους $l=2\text{m}$ κινείται ελεύθερα οριζόντια πάνω σε μια παγωμένη λίμνη, χωρίς τριβές και για $t=0$ δίνονται οι ταχύτητες του μέσου O και του άκρου A, $v_0=10\text{m/s}$ και $v_A=4\text{m/s}$ αντίστοιχα. Να βρεθούν οι ταχύτητες των παραπάνω σημείων τη χρονική στιγμή $t_1=\pi/6\text{s}$.

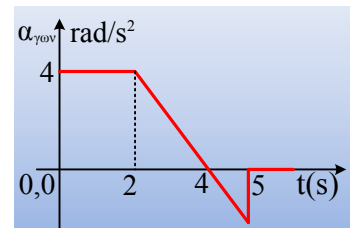
3.1.18. Κύλιση χωρίς ολίσθηση, $u=u_{cm}$ και στιγμιαίος άξονας περιστροφής.

Ένας συμπαγής ομογενής δίσκος κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει με το επίπεδό του κατακόρυφο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο έχοντας ταχύτητα κέντρου μάζας u_{cm} .

- i) Πόσα και ποια σημεία της περιφέρειας του δίσκου έχουν ταχύτητα μέτρου ίσου με το μέτρο τη ταχύτητας του κέντρου μάζας (ως προς παρατηρητή ακίνητο στο έδαφος);
- ii) Ποια σημεία του δίσκου (ποιος είναι ο γεωμετρικός τόπος τους;) έχουν ταχύτητα με μέτρο ίσο με το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας (ως προς παρατηρητή ακίνητο στο έδαφος);

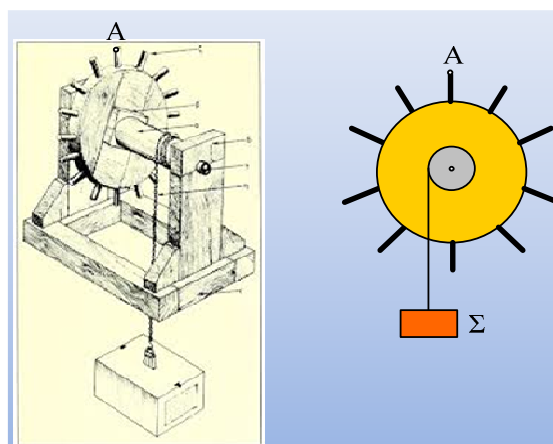
3.1.19. Ένα φορτηγό επιταχύνεται.

Ένα φορτηγό κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα $v_0=6\text{m/s}$. Σε μια στιγμή, που θεωρούμε ότι $t=0$, το φορτηγό επιταχύνεται και η γωνιακή επιτάχυνση ενός τροχού του, ακτίνας $R=0,4\text{m}$, δίνεται στο διπλανό διάγραμμα. Σε όλη τη διάρκεια της κίνησης οι τροχοί κυλίνουν χωρίς να ολισθαίνουν.



- i) Να βρεθεί η μεταβολή της γωνιακής ταχύτητας του τροχού από 0-2s.
- ii) Πόση είναι η γωνιακή ταχύτητα του τροχού τη στιγμή $t_1=5\text{s}$ και πόση τη στιγμή $t_2=10\text{s}$;
- iii) Ποια είναι τελικά η ταχύτητα του φορτηγού;

3.1.20. Ταχύτητες και επιταχύνσεις σε ένα βαρούλκο.



Στο παραπάνω σχήμα βλέπετε ένα βαρούλκο, με την βοήθεια του οποίου ανεβάζουμε ένα βαρύ σώμα Σ. Δίνονται η ακτίνα του τυμπάνου γύρω από το οποίο τυλίγεται το σχοινί $r=10\text{cm}$, ενώ η ακτίνα του σημείου Α είναι ίση με $R=50\text{cm}$. Σε μια στιγμή το σώμα Σ ανέρχεται με επιτάχυνση $a=0,2\text{m/s}^2$ έχοντας ταχύτητα $v=0,4\text{m/s}$

- i) Να βρεθεί η ταχύτητα του σημείου Α.
- ii) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας (η επιτρόχιος επιτάχυνση) του σημείου Α;
- iii) Να υπολογιστεί η κεντρομόλος επιτάχυνση του Α.

Υλικό Φυσικής-Χημείας.

Επειδή το να μοιάζεις πράγματα, είναι καλό για όλους...