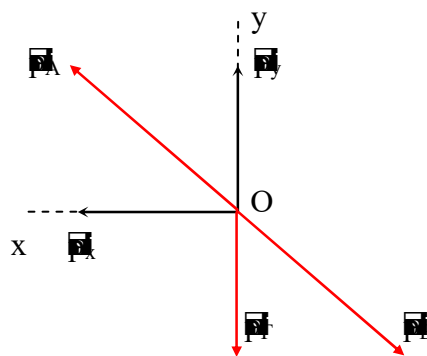


# ΚΡΟΥΣΕΙΣ

*Θέματα Εξετάσεων*

- 1) Σε κάθε κρούση ισχύει
  - α. η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.
  - β. η αρχή διατήρησης της ορμής.
  - γ. η αρχή διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου.
  - δ. όλες οι παραπάνω αρχές.
  
- 2) Σε κάθε μετωπική κρούση διατηρείται:
  - α) η ορμή και η κινητική ενέργεια
  - β) η ορμή
  - γ) η κινητική ενέργεια
  - δ) η μηχανική ενέργεια.
  
- 3) Σε μια κρούση δύο σφαιρών
  - α. το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των κινητικών ενεργειών τους μετά από την κρούση.
  - β. οι διευθύνσεις των ταχυτήτων των σφαιρών πριν και μετά από την κρούση βρίσκονται πάντα στην ίδια ευθεία.
  - γ. το άθροισμα των ορμών των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των ορμών τους μετά από την κρούση.
  - δ. το άθροισμα των ταχυτήτων των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των ταχυτήτων τους μετά από την κρούση.
  
- 4) Ραδιενεργός πυρήνας που ηρεμεί στιγμιαία στη θέση  $O$  διασπάται σε τρία σωματίδια. Τα δύο από αυτά έχουν ορμές  $=P_x$  και  $=P_y$  αμέσως μετά τη διάσπαση, όπως δείχνει το σχήμα.



Ποιο από τα διανύσματα  $=P_A$ ,  $=P_B$ ,  $=P_G$  του σχήματος αντιστοιχεί στην ορμή του τρίτου σωματιδίου;

Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

- 5) Σφαίρα  $A$  που κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με άλλη όμοια αλλά ακίνητη σφαίρα  $B$  που βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο. Να αποδείξετε ότι η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι ίση με το μισό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας  $A$ , πριν από την κρούση.

- 6) Παρατηρητής πλησιάζει με σταθερή ταχύτητα  $v_A$  ακίνητη ηχητική πηγή και αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας  $f_A$ . Αν η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι  $v$ , τότε η συχνότητα  $f_S$  του ήχου που εκπέμπει η πηγή είναι ίση με:

$$\begin{array}{ll}
 \alpha. \frac{v}{v+v_A} f_A & \beta. \frac{v}{v-v_A} f_A \\
 \gamma. \frac{v+v_A}{v} f_A & \delta. \frac{v-v_A}{v} f_A
 \end{array}$$

- 7) Μια μικρή σφαίρα μάζας  $m_1$  συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη μικρή σφαίρα μάζας  $m_2$ . Μετά την κρούση οι σφαίρες κινούνται με αντίθετες ταχύτητες ίσων μέτρων. Ο λόγος των μαζών  $2 \frac{m_1}{m_2}$  των δυο σφαιρών είναι:

$$\alpha) \frac{1}{2} \quad \beta) 3 \quad \gamma) \frac{1}{3} \quad \delta) 2$$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- 8) Ένας παρατηρητής κινείται με σταθερή ταχύτητα  $v_A$  προς ακίνητη σημειακή ηχητική πηγή. Οι συχνότητες που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής, πριν και αφού διέλθει από την ηχητική πηγή, διαφέρουν μεταξύ τους κατά  $2 \frac{f_s}{10}$ , όπου  $f_s$  η συχνότητα του ήχου που εκπέμπει η ηχητική πηγή. Αν  $v$  η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα, ο λόγος  $2 \frac{v_A}{v}$  είναι ίσος με:

$$\alpha. 10 \quad \beta. 1/10 \quad \gamma. 1/20$$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- 9) Σωστού - λάθους

- i) Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση στην οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες.
- ii) Όταν μια σφαίρα προσκρούει ελαστικά σε ένα τοίχο, τότε πάντα ισχύει  $Au' = -Au$  ( $Au$  η ταχύτητα της σφαίρας πριν την κρούση,  $Au'$  η ταχύτητα της σφαίρας μετά την κρούση).
- iii) Κατά τη πλαστική κρούση δύο σωμάτων πάντα ισχύει  $=P_{\text{πριν}} = =P_{\text{μετά}}$  ( $=P_{\text{πριν}}$  η ορμή του συστήματος πριν την κρούση,  $=P_{\text{μετά}}$  η ορμή του συστήματος μετά την κρούση).
- iv) Κατά την κρούση δυο σωμάτων η κινητική ενέργεια του συστήματος πάντα διατηρείται.
- v) Η σχέση που περιγράφει το φαινόμενο Doppler για το φως είναι διαφορετική από αυτή που ισχύει για τον ήχο.
- vi) Κρούση στο μικρόκοσμο ονομάζεται το φαινόμενο στο οποίο τα «συγκρούμενα» σωματίδια αλληλεπιδρούν με σχετικά μεγάλες δυνάμεις για πολύ μικρό χρονικό διάστημα.

- 10) Σωστού - λάθους

- i) Σώμα A συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με ακίνητο αρχικά σώμα B που έχει την ίδια μάζα με το A. Τότε η ταχύτητα του A μετά την κρούση μηδενίζεται.
- ii) Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση αν οι ταχύτητες των σωμάτων βρίσκονται σε τυχαία διεύθυνση.
- iii) Το φαινόμενο Doppler ισχύει και στην περίπτωση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.
- iv) Όταν μια σφαίρα μικρής μάζας προσκρούει ελαστικά και κάθετα στην επιφάνεια ενός τοίχου, ανακλάται με ταχύτητα ίδιου μέτρου και αντίθετης φοράς από αυτή που είχε πριν από την κρούση.
- v) Το φαινόμενο Doppler χρησιμοποιείται από τους γιατρούς, για να παρακολουθούν τη ροή του αίματος.



πηγή πλησιάζει ισοταχώς προς αυτόν, είναι μεγαλύτερη από τη συχνότητα του ήχου που εκπέμπει η πηγή.

- 18) Σώμα μάζας  $m$  κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου  $v_1$ . Το σώμα συγκρούεται με κατακόρυφο τοίχο και ανακλάται με ταχύτητα μέτρου  $v_2$  όπου  $v_2 < v_1$ . Η κρούση είναι :
- α) Ελαστική                      β) Ανελαστική.

Ποια από τις δύο περιπτώσεις είναι η σωστή;

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

- 19) Σε μετωπική κρούση δύο σωμάτων Α και Β που έχουν μάζες  $m$  και  $2m$ , αντίστοιχα, δημιουργείται συσσωμάτωμα που παραμένει ακίνητο στο σημείο της σύγκρουσης. Ο λόγος των μέτρων των ορμών των δύο σωμάτων πριν από την κρούση, είναι
- α)  $\frac{1}{2}$                       β) 2                      γ) 1

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

- 20) Μια ηχητική πηγή κινείται με ταχύτητα  $v_s$  ίση με το μισό της ταχύτητας του ήχου, πάνω σε μια ευθεία  $\epsilon$  πλησιάζοντας ακίνητο παρατηρητή  $\Pi_1$  ενώ απομακρύνεται από άλλο ακίνητο παρατηρητή  $\Pi_2$ . Οι παρατηρητές βρίσκονται στην ίδια ευθεία με την ηχητική πηγή. Ο λόγος της συχνότητας του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής  $\Pi_1$  προς την αντίστοιχη συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής  $\Pi_2$  είναι
- α. 2 .                      β. 1 .                      γ. 3 .

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στο σωστό συμπλήρωμα.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

- 21) Ηχητική πηγή και παρατηρητής βρίσκονται σε σχετική κίνηση. Ο παρατηρητής ακούει ήχο μεγαλύτερης συχνότητας από αυτόν που παράγει η πηγή, μόνο όταν
- i) η πηγή είναι ακίνητη και ο παρατηρητής απομακρύνεται από αυτήν.  
 ii) ο παρατηρητής είναι ακίνητος και η πηγή απομακρύνεται από αυτόν.  
 iii) ο παρατηρητής και η πηγή κινούνται με ομόρροπες ταχύτητες, με τον παρατηρητή να προπορεύεται και να έχει κατά μέτρο μεγαλύτερη ταχύτητα από αυτήν της πηγής.  
 iv) ο παρατηρητής και η πηγή κινούνται με ομόρροπες ταχύτητες, με την πηγή να προπορεύεται και να έχει κατά μέτρο ταχύτητα μικρότερη από αυτήν του παρατηρητή

- 22) Σφαίρα  $\Sigma_1$  κινούμενη προς ακίνητη σφαίρα  $\Sigma_2$ , ίσης μάζας με την  $\Sigma_1$ , συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με αυτήν. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της  $\Sigma_1$  που μεταβιβάζεται στη  $\Sigma_2$  κατά την κρούση είναι
- α. 50%.                      β. 100%.                      γ. 75%.

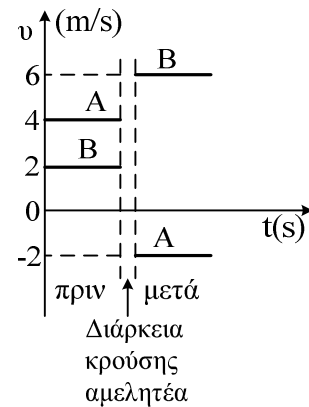
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- 23) Σφαίρα μάζας  $m_1$  προσπίπτει με ταχύτητα  $v_1$  σε ακίνητη σφαίρα μάζας  $m_2$ , με την οποία συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά. Μετά την κρούση η σφαίρα μάζας  $m_1$  γυρίζει πίσω με ταχύτητα μέτρου ίσου με το  $1/5$  της αρχικής της τιμής. Για το λόγο των μαζών ισχύει
- α.  $m_1/m_2=3/2$ .                      β.  $m_1/m_2=2/3$  .                      γ.  $m_1/m_2=1/3$  .

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

- 24) Σώμα μάζας  $m$  κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου  $v$ . Στην πορεία συγκρούεται μετωπικά με άλλο σώμα και επιστρέφει κινούμενο με ταχύτητα μέτρου  $2v$ . Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του είναι:
- α. 0.                      β.  $mv$ .                      γ.  $2mv$ .                      δ.  $3mv$ .

- 25) Δύο σώματα Α και Β με μάζες  $m_A$  και  $m_B$ , αντίστοιχα, συγκρούονται μετωπικά. Οι ταχύτητές τους πριν και μετά την κρούση, σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα.



Ο λόγος των μαζών  $m_A$  και  $m_B$  είναι:

α.  $\frac{m_A}{m_B} = \frac{3}{5}$

β.  $\frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{2}$

γ.  $\frac{m_A}{m_B} = \frac{2}{3}$

δ.  $\frac{m_A}{m_B} = \frac{3}{2}$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- 26) Ένα αυτοκίνητο Α μάζας  $M$  βρίσκεται σταματημένο σε κόκκινο φανάρι. Ένα άλλο αυτοκίνητο Β μάζας  $m$ , ο οδηγός του οποίου είναι απρόσεκτος, πέφτει στο πίσω μέρος του αυτοκινήτου Α. Η κρούση θεωρείται κεντρική και πλαστική. Αν αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα έχει το  $1/3$  της κινητικής ενέργειας αμέσως πριν την κρούση, τότε θα ισχύει:

α.  $\frac{m}{M} = \frac{1}{6}$     β.  $\frac{m}{M} = \frac{1}{2}$     γ.  $\frac{m}{M} = \frac{1}{3}$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- 27) Σε μια ελαστική κρούση **δεν** διατηρείται
- α. η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος.

β. η ορμή του συστήματος.

γ. η μηχανική ενέργεια του συστήματος.

δ. η κινητική ενέργεια κάθε σώματος.

- 28) Μεταξύ δύο ακίνητων παρατηρητών Β και Α κινείται πηγή S με σταθερή ταχύτητα  $vS$  πλησιάζοντας προς τον Α. Οι παρατηρητές και η πηγή βρίσκονται στην ίδια ευθεία. Η πηγή εκπέμπει ήχο μήκους κύματος  $\lambda$ , ενώ οι παρατηρητές Α και Β αντιλαμβάνονται μήκη κύματος  $\lambda_1$  και  $\lambda_2$  αντίστοιχα. Τότε για το μήκος κύματος του ήχου που εκπέμπει η πηγή θα ισχύει:

α.  $\lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$     β.  $\lambda = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{2}$     γ.  $\lambda = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$ .

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- δ. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του ταλαντούμενου συστήματος είναι διαφορετική από αυτή του διεγέρτη.

- 29) Σε μια ελαστική κρούση δύο σωμάτων
- α. ένα μέρος της κινητικής ενέργειας μετατρέπεται σε θερμική.

β. η ορμή κάθε σώματος παραμένει σταθερή.

γ. η κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.

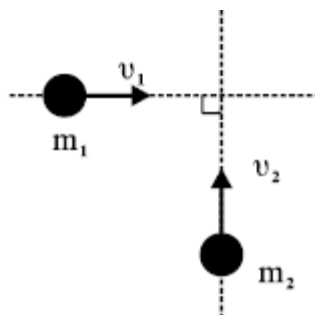
δ. η κινητική ενέργεια του συστήματος ελαττώνεται.

- 30) Η κρούση στην οποία διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων, ονομάζεται:
- ελαστική
  - ανελαστική
  - πλαστική
  - έκκεντρη
- 31) Σε κάθε κρούση
- η συνολική ορμή του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων διατηρείται.
  - η συνολική κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
  - η μηχανική ενέργεια κάθε σώματος παραμένει σταθερή.
  - η ορμή κάθε σώματος διατηρείται σταθερή.
- 32) Πηγή ηχητικών κυμάτων κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v_s = \frac{v}{10}$ , όπου  $v$  το μέτρο της ταχύτητας του ήχου στον αέρα. Ακίνητος παρατηρητής βρίσκεται στην ευθεία κίνησης της πηγής. Όταν η πηγή πλησιάζει τον παρατηρητή, αυτός αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας  $f_1$ , και όταν η πηγή απομακρύνεται απ' αυτόν, ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας  $f_2$ . Ο λόγος  $f_1/f_2$  ισούται με
- 9/11
  - 11/10
  - 11/9

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- 33) Δύο σώματα με μάζες  $m_1=2$  kg και  $m_2=3$  kg κινούνται χωρίς τριβές στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο και σε κάθετες διευθύνσεις με ταχύτητες  $v_1=4$  m/s και  $v_2=2$  m/s (όπως στο σχήμα) και συγκρούονται πλαστικά.



Η κ ι ν η τ ι κ ή ε ν έ ρ γ ε ι α τ ο υ σ υ σ σ ω μ α τ ώ μ α τ ο ς ε ί ν α ι :

**α.** 5 J

**β.** 10 J

**γ.** 20 J

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7).

- 34) Όταν ένας παρατηρητής πλησιάζει με σταθερή ταχύτητα μια ακίνητη ηχητική πηγή, τότε ακούει ήχο μικρότερης συχνότητας (βαρύτερο) από αυτόν που παράγει η πηγή.
- 35) Σώμα μάζας  $m_A$  κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου  $v_A$  και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας  $m_B=2m_A$ . Η μεταβολή της κινητικής ε-

νέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων, η οποία παρατηρήθηκε κατά την κρούση, είναι:

$$\alpha. \Delta K = -\frac{m_A v_A^2}{6}, \quad \beta. \Delta K = -\frac{m_A v_A^2}{3}, \quad \gamma. \Delta K = -\frac{2m_A v_A^2}{3}.$$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- 36) Μικρό σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m$  που κινείται με ταχύτητα  $v$  συγκρούεται κεντρικά με αρχικά ακίνητο μικρό σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $2m$ .



Μετά την κρούση το σώμα  $\Sigma_1$  παραμένει ακίνητο.

Μετά την κρούση η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων

- α.** αυξήθηκε.      **β.** παρέμεινε η ίδια.      **γ.** ελαττώθηκε.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- 37) Όταν μια μικρή σφαίρα προσπίπτει πλάγια σε κατακόρυφο τοίχο και συγκρούεται με αυτόν ελαστικά, τότε

**α.** η κινητική ενέργεια της σφαίρας πριν την κρούση είναι μεγαλύτερη από την κινητική ενέργεια που έχει μετά την κρούση.

**β.** η ορμή της σφαίρας δεν μεταβάλλεται κατά την κρούση.

**γ.** η γωνία πρόσπτωσης της σφαίρας είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης.

**δ.** η δύναμη που ασκεί ο τοίχος στη σφαίρα έχει την ίδια διεύθυνση με την αρχική ταχύτητα της σφαίρας.

- 38) Μια ηχητική πηγή εκπέμπει ήχο σταθερής συχνότητας και κινείται με σταθερή ταχύτητα. Στην ευθεία που κινείται η πηγή βρίσκεται ακίνητος παρατηρητής. Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής όταν τον έχει προσπεράσει είναι κατά 30% μικρότερη από τη συχνότητα που αντιλαμβανόταν, όταν τον πλησίαζε η πηγή. Αν η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι  $v$ , τότε η ταχύτητα της πηγής είναι

$$\alpha. \frac{2v}{17}, \quad \beta. \frac{3v}{17}, \quad \gamma. \frac{4v}{17}$$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

- 39) Στην ανελαστική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών διατηρείται

**α.** η ορμή κάθε σφαίρας.

**β.** η ορμή του συστήματος.

**γ.** η μηχανική ενέργεια του συστήματος.

**δ.** η κινητική ενέργεια του συστήματος.

- 40) Σωστού - λάθους



- i) Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
- ii) Η ορμή ενός μονωμένου συστήματος σωμάτων δεν διατηρείται κατά τη διάρκεια μιας ανελαστικής κρούσης.
- iii) Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση κατά την οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των δύο σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες αλλά μη συγγραμμικές.
- iv) Κατά την κεντρική ελαστική κρούση δύο σφαιρών, οι οποίες έχουν ίσες μάζες, οι σφαίρες ανταλλάσσουν ταχύτητες.

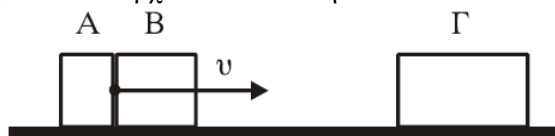
- 41) Παρατηρητής A κινείται προς την ηχητική πηγή S με ταχύτητα  $v_A$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.



- 42) Η ηχητική πηγή S κινείται ομόρροπα με τον παρατηρητή A με ταχύτητα  $v_S = 2v_A$  και εκπέμπει ήχο συχνότητας  $f_S$ . Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής A είναι
- α. μικρότερη της  $f_S$
  - β. ίση με την  $f_S$
  - γ. μεγαλύτερη από την  $f_S$
- Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή φράση.  
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

- 43) Μία ηχητική πηγή πλησιάζει με σταθερή ταχύτητα προς έναν ακίνητο παρατηρητή και εκπέμπει ήχο συχνότητας  $f_s$  και μήκους κύματος  $\lambda$ . Τότε ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται τον ήχο
- α. με συχνότητα μικρότερη της  $f_s$ .
  - β. με συχνότητα ίση με την  $f_s$ .
  - γ. με μήκος κύματος μικρότερο του  $\lambda$ .
  - δ. με μήκος κύματος ίσο με το  $\lambda$ .

- 44) Δύο σώματα, το A με μάζα  $m_1$  και το B με μάζα  $m_2$ , είναι διαρκώς σε επαφή και κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με την ίδια ταχύτητα  $v$ . Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά με σώμα Γ μάζας  $4m_1$ , το οποίο αρχικά είναι ακίνητο.



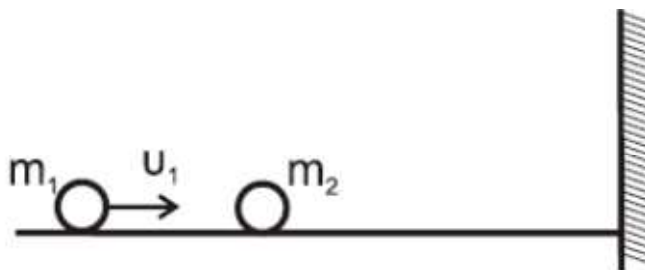
Μετά την κρούση το A σταματά, ενώ το B κολλάει στο Γ και το συσσωμάτωμα αυτό κινείται με ταχύτητα  $v/3$ . Τότε θα ισχύει:

$$\alpha. \frac{m_1}{m_2} = 2 \quad \beta. \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2} \quad \gamma. \frac{m_1}{m_2} = 1$$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7)

- 45) Σε μία πλαστική κρούση  
**α.** δε διατηρείται η ορμή.  
**β.** η τελική κινητική ενέργεια του συστήματος είναι μεγαλύτερη της αρχικής.  
**γ.** η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.  
**δ.** η αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος είναι μεγαλύτερη της τελικής.
- 46) Σε μία ελαστική κρούση  
**α.** η ορμή και η ενέργεια του συστήματος των σωμάτων διατηρούνται σταθερές.  
**β.** η ορμή του συστήματος των σωμάτων αυξάνεται ενώ η ολική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων μειώνεται.  
**γ.** η ορμή του συστήματος των σωμάτων μειώνεται ενώ η ολική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων αυξάνεται.  
**δ.** η ορμή του συστήματος των σωμάτων παραμένει σταθερή ενώ η ολική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων μειώνεται.
- 47) Περιπολικό ακολουθεί αυτοκίνητο που έχει παραβιάσει το όριο ταχύτητας. Τα δύο αυτοκίνητα κινούνται με ίσες ταχύτητες. Αν η σειρήνα του περιπολικού εκπέμπει ήχο συχνότητας  $f_S$ , τότε, η συχνότητα  $f_A$  που αντιλαμβάνεται ο οδηγός του άλλου αυτοκινήτου είναι:
- $f_A = 2f_S$
  - $f_A = \frac{1}{2} f_S$
  - $f_A = f_S$
  - $f_A = 0$
- 48) Σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε διεύθυνση κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο κινείται σφαίρα μάζας  $m_1$  με ταχύτητα μέτρου  $u_1$ . Κάποια χρονική στιγμή η σφαίρα μάζας  $m_1$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας  $m_2$  ( $m_2 > m_1$ ). Μετά την κρούση με τη μάζα  $m_1$ , η  $m_2$  συγκρούεται ελαστικά με τον τοίχο.



Παρατηρούμε ότι η απόσταση των μαζών  $m_1$  και  $m_2$ , μετά την κρούση της  $m_2$  με τον τοίχο,

παραμένει σταθερή. Ο λόγος των μαζών  $\frac{m_1}{m_2}$  είναι:

- i) 1                      ii) 2 (!!! άλλαξε σε  $\frac{1}{2}$ )                      iii)  $\frac{1}{3}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

49) Σφαίρα  $\Sigma_1$  συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα  $\Sigma_2$  τετραπλάσιας μάζας.

Μετά την κρούση

- i) η σφαίρα  $\Sigma_1$  παραμένει ακίνητη
- ii) η σφαίρα  $\Sigma_1$  συνεχίζει να κινείται στην ίδια κατεύθυνση
- iii) όλη η κινητική ενέργεια της σφαίρας  $\Sigma_1$  μεταφέρθηκε στη σφαίρα  $\Sigma_2$
- iv) ισχύει  $\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2$  όπου  $\Delta\vec{p}_1$ ,  $\Delta\vec{p}_2$  οι μεταβολές των ορμών των δύο σφαιρών.

50) Πηγή Π ηχητικών κυμάτων

εκπέμπει ήχο με συχνότητα

$f_s$ . Η πηγή, είναι στερεωμένη κατάλληλα σε κατακόρυφο τοίχωμα που διαχωρίζει την δεξαμενή του νερού

από τον αέρα, έτσι ώστε τα

ηχητικά κύματα που εκπέμπει να διαδίδονται στον αέρα και στο νερό.

Δύο δέκτες  $\Delta_1$  και  $\Delta_2$  που βρίσκονται, ο πρώτος στον αέρα και ο δεύτερος στο νερό, στην ίδια ευθεία με την

πηγή κινούνται προς την πηγή με ταχύτητες μέτρων  $v_1$  και  $v_2$ , αντίστοιχα. Αν οι συχνότητες

$f_1$  και  $f_2$  που ανιχνεύουν οι δύο δέκτες είναι ίσες και η ταχύτητα διάδοσης του ήχου

στο νερό  $v_v$  είναι τετραπλάσια της ταχύτητας διάδοσης του ήχου στον αέρα  $v_a$  ( $v_v = 4v_a$

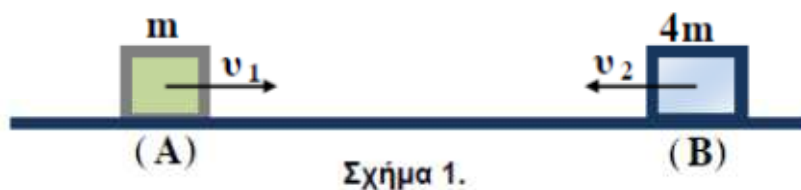
), ο λόγος των ταχυτήτων  $\frac{v_1}{v_2}$  είναι

), ο λόγος των ταχυτήτων  $\frac{v_1}{v_2}$  είναι

), ο λόγος των ταχυτήτων  $\frac{v_1}{v_2}$  είναι

- A)  $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{3}$       B)  $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{4}$       C)  $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{2}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.



51) Δύο σώματα **A** και **B** με μάζες **m** και **4m** αντίστοιχα, κινούνται πάνω στην ίδια ευθεία με

αντίθετη φορά, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1. Τα δύο σώματα έχουν ίσες κινητικές ενέργειες

και συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Αν  $u_1$  είναι το μέτρο της ταχύτητας του σώματος **A** και  $V$  το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος που δημιουργείται μετά την κρούση, τότε:

$$\text{i) } V = \frac{u_1}{5} \quad \text{ii) } V = \frac{2u_1}{5} \quad \text{iii) } V = \frac{3u_1}{5}$$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. (μονάδες 2)

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (μονάδες 7)

52) Στην κεντρική ελαστική κρούση δύο σωμάτων

α. διατηρείται μόνο η ορμή του συστήματος

β. διατηρείται μόνο η μηχανική ενέργεια του συστήματος

γ. διατηρείται και η ορμή και η μηχανική ενέργεια του συστήματος

δ. δεν διατηρείται ούτε η ορμή, ούτε η μηχανική ενέργεια του συστήματος

53) Δύο σφαίρες **A** και **B** με ίσες μάζες, μία εκ των οποίων είναι ακίνητη, συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Το ποσοστό της μεταβιβαζόμενης ενέργειας από τη σφαίρα που κινείται στην αρχικά ακίνητη σφαίρα είναι:

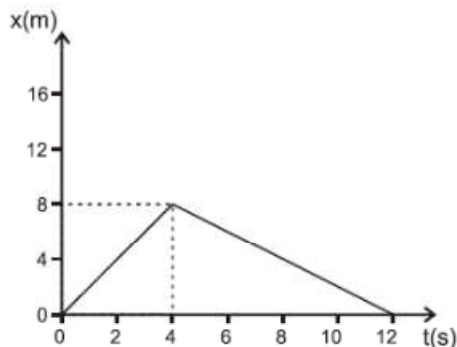
α) 100%

β) 50%

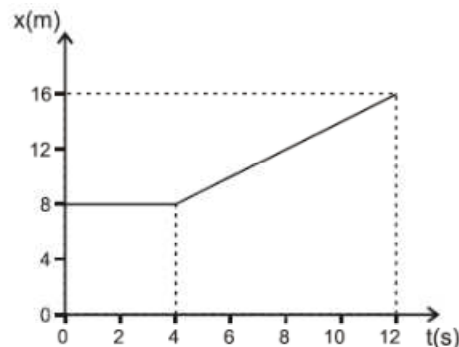
γ) 40%

δ) 0%.

54) Δύο σώματα αμελητέων διαστάσεων με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  συγκρούονται κεντρικά σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η θέση  $x$  κάθε σώματος στην ευθεία γραμμή, που τα ενώνει, μετρίεται από κοινή αρχή. Η γραφική παράσταση της θέσης του σώματος  $m_1$  φαίνεται στο **Σχήμα 4** και του σώματος  $m_2$  στο **Σχήμα 5**. Δίνεται ότι  $m_1 = 1\text{kg}$  και ότι η διάρκεια της επαφής των δύο σωμάτων κατά την κεντρική κρούση είναι αμελητέα.



Σχήμα 4



Σχήμα 5

Η κρούση των δύο σωμάτων είναι

**i)** ελαστική      **ii)** ανελαστική      **iii)** πλαστική

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (Μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας (Μονάδες 6)

- 55) Όταν ένας παρατηρητής απομακρύνεται με σταθερή ταχύτητα από μια ακίνητη πηγή ήχου, κινούμενος στην ευθεία που τον συνδέει με την πηγή, ο ήχος που ακούει έχει συχνότητα
- ίση με αυτήν της πηγής
  - μικρότερη από αυτήν της πηγής
  - μεγαλύτερη από αυτήν της πηγής
  - ίση με τη συχνότητα του ήχου που ακούει, όταν πλησιάζει την πηγή με την ίδια ταχύτητα.

56) Σωστού λάθους.

- Το φαινόμενο Doppler αξιοποιείται από τους γιατρούς για την παρακολούθηση της ροής του αίματος.
- Σκέδαση ονομάζεται κάθε φαινόμενο του μικρόκοσμου στο οποίο τα «συγκρουόμενα» σωματίδια αλληλεπιδρούν με σχετικά μικρές δυνάμεις για πολύ μικρό χρόνο.
- Σε μια κρούση αμελητέας χρονικής διάρκειας η δυναμική ενέργεια των σωμάτων, που εξαρτάται από τη θέση τους στο χώρο, δεν μεταβάλλεται.

57) Ένα τρένο κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $\frac{u_{\eta\chi}}{10}$  ό-

που  $u_{\eta\chi}$  είναι η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα. Το τρένο κατευθύνεται προς τούνελ που βρίσκεται σε κατακόρυφο βράχο. Ο ήχος που εκπέμπεται από τη σειρήνα του τρένου ανακλάται στον κατακόρυφο βράχο. Ένας ακίνητος παρατηρητής που βρίσκεται πάνω στις γραμμές και πίσω από το τρένο ακούει δύο ήχους. Έναν ήχο απευθείας από τη σειρήνα του τρένου, με συχνότητα  $f_1$ , και έναν ήχο από την ανάκλαση στον κατακόρυφο βράχο, με συχνότητα  $f_2$ . Ο λόγος των δύο συχνοτήτων  $\frac{f_1}{f_2}$  είναι ίσος με:

$$\text{i) } \frac{11}{9} \qquad \text{ii) } \frac{10}{11} \qquad \text{iii) } \frac{9}{11}$$

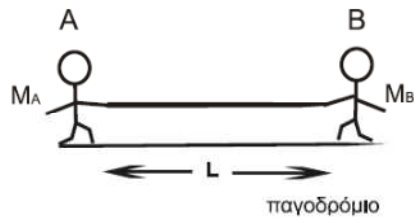
- Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση
- Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

58) Παρατηρητής ενώ απομακρύνεται με σταθερή ταχύτητα  $v_A$  από ακίνητη ηχητική πηγή αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας  $f_A$ . Αν η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι ίση με  $v$ , τότε η συχνότητα  $f_s$  του ήχου που εκπέμπει η πηγή είναι ίση με

$$\text{α) } \frac{v}{v+v_A} f_A \qquad \text{β) } \frac{v}{v-v_A} f_A \qquad \text{γ) } \frac{v+v_A}{v} f_A \qquad \text{δ) } \frac{v-v_A}{v} f_A .$$

59) Δύο μαθητές Α και Β, με μάζες  $M_A$  και  $M_B$  ( $M_A < M_B$ ), στέκονται αρχικά ακίνητοι πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο ενός παγοδρομίου, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Οι δύο μαθητές κρατάνε τις άκρες ενός σχοινιού σταθερού μήκους  $L$ . Κάποια στιγμή οι μαθητές αρχίζουν να μαζεύουν ταυτόχρονα το σχοινί και κινούνται στην ίδια ευθεία. Μετά από κάποιο

χρονικό διάστημα οι μαθητές αγκαλιάζονται και παραμένουν αγκαλιασμένοι.



Οι αγκαλιασμένοι μαθητές:

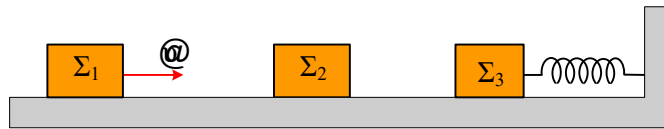
- i. θα κινηθούν προς τα αριστερά
- ii. θα κινηθούν προς τα δεξιά
- iii. θα παραμείνουν ακίνητοι.

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

### Ασκήσεις

48) Σε λείο οριζόντιο επίπεδο τα τρία σώματα του σχήματος  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$ ,  $\Sigma_3$ , βρίσκονται στην ίδια ευθεία που συμπίπτει με τον άξονα του ελατηρίου.



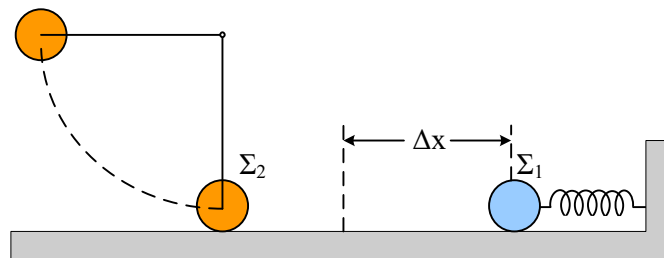
Το σώμα  $\Sigma_1$  κινούμενο με ταχύτητα μέτρου  $v_1=6\text{m/s}$  συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2=5\text{ kg}$ . Μετά την κρούση, το σώμα  $\Sigma_2$  έχει ταχύτητα μέτρου  $v_2=2\text{m/s}$  και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το ακίνητο σώμα  $\Sigma_3$  μάζας  $m_3=15\text{ kg}$ . Το σώμα  $\Sigma_3$  είναι στερεωμένο στην άκρη του ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $K=320\text{N/m}$ , του οποίου η άλλη άκρη είναι ακλόνητη.

Να βρείτε:

- α) τη μάζα  $m_1$  του σώματος  $\Sigma_1$
- β) τη μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου
- γ) την απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την πλαστική κρούση
- δ) το μέτρο της μέγιστης δύναμης που δέχεται το συσσωμάτωμα από το ελατήριο.

*Εξετάσεις 1999*

49) Το ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου, σταθεράς  $K=100\text{ N/m}$  είναι ακλόνητα στερεωμένο όπως δείχνει το σχήμα.



Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου τοποθετείται σώμα  $\Sigma_1$ , μάζας  $m_1 = 1\text{ kg}$ , χωρίς να είναι συνδεδεμένο με το ελατήριο, και προκαλείται συσπίρωση του ελατηρίου κατά  $\Delta x$ . Το σώμα  $\Sigma_1$  αφήνεται ελεύθερο, οπότε αυτό κινείται κατά μήκος του λείου οριζοντίου επιπέδου. Στο σημείο Γ, το σώμα  $\Sigma_1$  έχει ταχύτητα  $v_1 = 8\text{m/s}$  και συγκρούεται με σώμα  $\Sigma_2$ , μάζας  $m_2=3\text{ kg}$ , που ισορροπεί κατακόρυφα, δεμένο στην άκρη αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους  $L = 0,35\text{ m}$ , του οποίου το άλλο άκρο είναι σταθερά προσαρμοσμένο σε ακλόνητο σημείο. Η κρούση των σωμάτων είναι μετωπική και ελαστική.

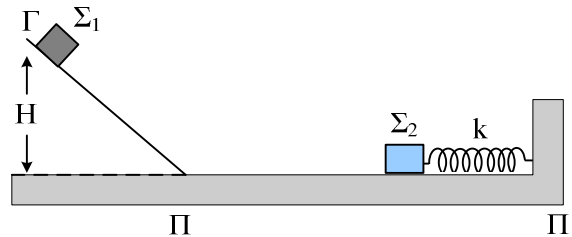
Να υπολογιστούν:

- α) η παραμόρφωση του ελατηρίου
- β) οι ταχύτητες των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  αμέσως μετά την κρούση
- γ) η ταχύτητα του σώματος  $\Sigma_2$ , όταν το νήμα σχηματίζει γωνία  $90^\circ$  με την κατακόρυφο

- δ) το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος  $\Sigma_2$  αμέσως μετά την κρούση και μέχρι το νήμα να σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία  $90^\circ$ .

Εξετάσεις 2000

- 50) Το σώμα  $\Sigma_2$  του σχήματος που έχει μάζα  $m_2 = 2 \text{ kg}$  είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς  $k$ , του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητο. Το σώμα  $\Sigma_2$  ταλαντώνεται οριζώντια πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο  $\Pi\Pi'$  με πλάτος  $A = 0,1 \text{ m}$  και περίοδο  $T = 0\frac{\pi}{5} \text{ s}$ .



- i) Να υπολογίσετε:
- Την τιμή της σταθεράς  $k$  του ελατηρίου.
  - Τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma_2$ .
- ii) Το σώμα  $\Sigma_1$  του σχήματος με μάζα  $m_1 = 2 \text{ kg}$  αφήνεται ελεύθερο να ολισθήσει πάνω στο λείο πλάγιο επίπεδο, από τη θέση  $\Gamma$ . Η κατακόρυφη απόσταση της θέσης  $\Gamma$  από το οριζόντιο επίπεδο είναι  $H = 1,8 \text{ m}$ . Το σώμα  $\Sigma_1$ , αφού φθάσει στη βάση του πλάγιου επιπέδου, συνεχίζει να κινείται, χωρίς να αλλάξει μέτρο ταχύτητας, πάνω στο οριζόντιο επίπεδο  $\Pi\Pi'$ . Το  $\Sigma_1$  συγκρούεται μετωπικά (κεντρικά) και ελαστικά με το σώμα  $\Sigma_2$  τη στιγμή που το  $\Sigma_2$  έχει τη μέγιστη ταχύτητά του και κινείται αντίθετα από το  $\Sigma_1$ .
- Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου μετά από αυτή την κρούση.
  - Να δείξετε πως στη συνέχεια το σώμα  $\Sigma_2$  θα προλάβει το σώμα  $\Sigma_1$  και θα συγκρουστούν πάλι πριν το σώμα  $\Sigma_1$  φτάσει στη βάση του πλάγιου επιπέδου. Η απόσταση από τη βάση του πλάγιου επιπέδου μέχρι το κέντρο της ταλάντωσης του  $\Sigma_2$  είναι αρκετά μεγάλη. Η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.  
Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$

Εξετάσεις Ομογενών 2005

- 51) Ένα κομμάτι ξύλο μάζας  $M = 1,9 \text{ kg}$  είναι δεμένο στο ένα άκρο νήματος μήκους  $L = 0,9$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. Το ξύλο ισορροπεί με το νήμα σε κατακόρυφη θέση. Βλήμα μάζας  $m = 0,1 \text{ kg}$ , που κινείται οριζώντια με ταχύτητα  $v_0$ , σφηνώνεται στο ξύλο. Το σύστημα βλήμα-ξύλο εκτρέπεται ώστε η μέγιστη απόκλιση του νήματος από την αρχική κατακόρυφη θέση του είναι  $\varphi = 60^\circ$ .  
Να υπολογιστούν :

- η ταχύτητα  $v_0$  του βλήματος.
- το ποσοστό επί τοις εκατό της ελάττωσης της κινητικής ενέργειας του συστήματος βλήμα-ξύλο κατά την κρούση. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Γενικές Εξετάσεις 1988

- 52) Από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου ύψους  $h = 1,6 \text{ m}$  και γωνίας κλίσεως  $\varphi = 30^\circ$  αφήνεται να ολισθήσει σώμα μάζας  $m_1 = 1 \text{ kg}$ . Στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου το σώμα συναντά λείο οριζόντιο επίπεδο στο οποίο και κινείται μέχρις ότου συγκρουστεί πλαστικά με σώμα μάζας  $m_2 = 4 \text{ kg}$ . Το συσσωμάτωμα κινούμενο συναντά και συσπειρώνει ιδανικό οριζό-



ντιο ελατήριο, το οποίο έχει μόνιμα στερεωμένο το ένα του άκρο. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης επί του κεκλιμένου επιπέδου είναι  $\mu = \frac{1}{4}$  να υπολογιστούν :

α) η συσπείρωση του ελατηρίου.

β) το ποσοστό επί τοις εκατό της ελάττωσης της αρχικής ενέργειας του σώματος  $m_1$  κατά την ολίσθησή του επί του κεκλιμένου επιπέδου.

Δίνονται  $g=10\text{m/s}^2$ ,  $K=1000\text{ N/m}$ . Δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας κατά τη στιγμή που το σώμα  $m_1$  συναντά  $v_0$  οριζόντιο επίπεδο .

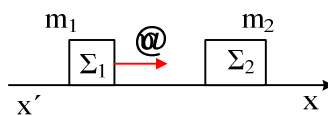
Γενικές Εξετάσεις 1989

53) Θεωρούμε κατακόρυφο τεταρτοκύκλιο AB ακτίνας  $R = 2\text{ m}$  που εφάπτεται στο κάτω άκρο του B με λείο οριζόντιο επίπεδο. Σώμα μάζας  $m_1=4\text{kg}$  αφήνεται να γλιστρήσει κατά μήκος του τεταρτοκυκλίου από το άνω άκρο A. Το σώμα περνάει από το σημείο B του τεταρτοκυκλίου με ταχύτητα  $v_B=5\text{m/s}$  και συνεχίζει να κινείται χωρίς τριβή κατά μήκος της οριζόντιας εφαπτομένης του τεταρτοκυκλίου στο σημείο B. Αφού διανύσει διάστημα  $S=0,6\text{m}$  στο οριζόντιο επίπεδο, συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας  $m_2=6\text{kg}$  που είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς  $K=250\text{ N/m}$ , το οποίο έχει το άλλο άκρο του στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Τα σώματα μετά την πλαστική κρούση κινούνται ως μια μάζα και το ελατήριο συσπειρώνεται. Να υπολογιστούν :

- η θερμότητα που παράχθηκε εξ αιτίας της τριβής κατά την κίνηση του σώματος στο τεταρτοκύκλιο
- το ποσοστό της αρχικής μηχανικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμότητα εξ αιτίας της πλαστικής κρούσης.
- το πλάτος και η περίοδος της ταλάντωσης που θα κάνει το σύστημα μαζών μετά την κρούση.
- να δοθεί η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο. Δίνεται ότι η κίνηση του συστήματος των μαζών γίνεται κατά τον άξονα του ελατηρίου, ότι το ελατήριο υπακούει στο νόμο του Hooke και ότι το  $g=10\text{m/s}^2$ . Το οριζόντιο επίπεδο, το οποίο διέρχεται από το σημείο B θεωρείται ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας.

Γενικές Εξετάσεις 1992

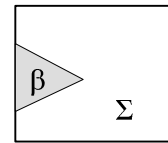
54) Σώμα  $\Sigma_1$  με μάζα  $m_1=1\text{kg}$  και ταχύτητα  $Av_1$  κινείται σε οριζόντιο επίπεδο και κατά μήκος του άξονα  $x'x$  χωρίς τριβές, όπως στο σχήμα. Το σώμα  $\Sigma_1$  συγκρούεται με σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2=3\text{kg}$  που αρχικά είναι ακίνητο. Η κρούση οδηγεί στη συγκόλληση των σωμάτων.



- Να δικαιολογήσετε γιατί το συσσωμάτωμα που προκύπτει από τη συγκόλληση θα συνεχίσει να κινείται κατά μήκος του άξονα  $x'x$ .
- Να εξηγήσετε γιατί η θερμοκρασία του συσσωματώματος θα είναι μεγαλύτερη από την αρχική κοινή θερμοκρασία των δύο σωμάτων.
- Να υπολογίσετε το λόγο  $K_2/K_1$  όπου  $K_2$  η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος και  $K_1$  η κινητική ενέργεια του σώματος  $\Sigma_1$  πριν την κρούση.
- Να δικαιολογήσετε αν ο λόγος  $K_2/K_1$  μεταβάλλεται ή όχι στην περίπτωση που το σώμα μάζας  $m_1$  εκκινεί με ταχύτητα διπλάσια της  $v_1$ .

Επαναληπτικές εξετάσεις Εσπερινών 2004

- 55) Έστω σώμα ( $\Sigma$ ) μάζας  $M = 1 \text{ kg}$  και κωνικό βλήμα ( $\beta$ ) μάζας  $m = 0,2 \text{ kg}$ . Για να σφηνώσουμε με τα χέρια μας ολόκληρο το βλήμα στο σταθερό σώμα ( $\Sigma$ ), όπως φαίνεται στο σχήμα, πρέπει να δαπανήσουμε ενέργεια  $100 \text{ J}$ . Έστω τώρα ότι το σώμα ( $\Sigma$ ) που είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο,



πυροβολείται με το βλήμα ( $\beta$ ). Το βλήμα αυτό κινούμενο οριζόντια με κινητική ενέργεια  $K$  προσκρούει στο σώμα ( $\Sigma$ ) και ακολουθεί πλαστική κρούση.

- Για  $K = 100 \text{ J}$  θα μπορούσε το βλήμα να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα ( $\Sigma$ ); Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
- Ποια είναι η ελάχιστη κινητική ενέργεια  $K$  που πρέπει να έχει το βλήμα, ώστε να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα ( $\Sigma$ );
- Για ποια τιμή του λόγου  $m/M$  το βλήμα με κινητική ενέργεια  $K = 100 \text{ J}$  σφηνώνεται ολόκληρο στο ( $\Sigma$ );  
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Εξετάσεις Ε.Λ. 2005

- 56) Στην οροφή ερευνητικού εργαστηρίου είναι στερεωμένο ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $K=60\text{N/m}$ , στο άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται σώμα  $\Sigma_1$  με μάζα  $m_1=17\text{kg}$ . Το σύστημα ισορροπεί. Ένας παρατηρητής βρίσκεται στον κατακόρυφο άξονα  $y'y$  που ορίζει ο άξονας του ελατηρίου. Ο παρατηρητής εκτοξεύει κατακόρυφα προς τα πάνω σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2=3\text{kg}$  με ταχύτητα μέτρου  $v_0=12\text{m/s}$ . Το σημείο εκτόξευσης απέχει απόσταση  $h=2,2\text{m}$  από το σώμα  $\Sigma_1$ . Το σώμα  $\Sigma_2$  έχει ενσωματωμένη σειρήνα που εκπέμπει συνεχώς ήχο συχνότητας  $f_s=700\text{Hz}$ .

- Να υπολογίσετε τη συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής λίγο πριν από την κρούση του σώματος  $\Sigma_2$  με το σώμα  $\Sigma_1$ .
- Η κρούση που επακολουθεί είναι πλαστική και γίνεται με τρόπο ακαριαίο. Να βρεθεί η σχέση που περιγράφει την απομάκρυνση  $y$  της ταλάντωσης του συσσωματώματος από τη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο. Για την περιγραφή αυτή θεωρούμε ως αρχή μέτρησης του χρόνου ( $t=0$ ) τη στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά του άξονα των απομακρύνσεων τη φορά της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
- Η σειρήνα δεν καταστρέφεται κατά την κρούση. Να βρεθεί η σχέση που δίνει τη συχνότητα  $f_A$ , την οποία αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής σε συνάρτηση με το χρόνο μετά την κρούση.
- Να βρεθεί ο λόγος της μέγιστης συχνότητας  $f_{A,\max}$  προς την ελάχιστη συχνότητα  $f_{A,\min}$  που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής.  
Δίνονται η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα  $v_{\eta\chi}=340\text{m/s}$  και  $g=10\text{m/s}^2$ .

Επαναληπτικές Ε.Λ. 2005

- 57) Το σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1 = 1 \text{ kg}$  του επόμενου σχήματος αφήνεται να ολισθήσει από την κορυφή λείου κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου ακτίνας  $R = 1,8 \text{ m}$ .



Στη συνέχεια το σώμα  $\Sigma_1$  κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 2 \text{ kg}$ . Το σώμα  $\Sigma_2$  είναι στερεωμένο στο ένα

άκρο οριζώντιου ελατηρίου σταθεράς  $k = 300 \text{ N/m}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Τη στιγμή της κρούσης η ταχύτητα του  $\Sigma_1$  είναι παράλληλη με τον άξονα του ελατηρίου. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Να βρείτε:

- A. Την ταχύτητα του σώματος  $\Sigma_1$ , στο οριζόντιο επίπεδο, πριν συγκρουστεί με το  $\Sigma_2$ .
- B. Την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση.
- Γ. Το διάστημα που διανύει το συσσωμάτωμα, μέχρι η ταχύτητά του να μηδενιστεί για πρώτη φορά.
- Δ. Το χρονικό διάστημα από τη στιγμή της κρούσης, μέχρι τη στιγμή που η ταχύτητα του συσσωματώματος μηδενίζεται για δεύτερη φορά.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

*Εξετάσεις Επερινών 2008*

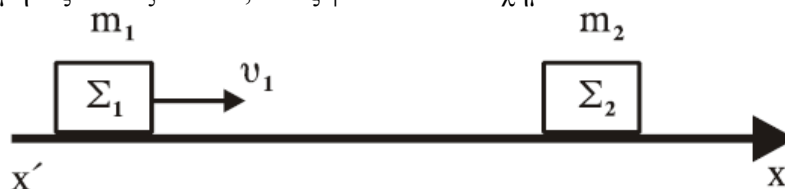
58) Σώμα μάζας  $m_1$  κινούμενο σε οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου  $v_1 = 15 \text{ m/s}$  κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας  $m_2$ . Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα. Αμέσως μετά την κρούση, το σώμα μάζας  $m_1$  κινείται αντίρροπα με ταχύτητα μέτρου  $v_1' = 9 \text{ m/s}$ .

- α. Να προσδιορίσετε το λόγο των μαζών  $m_1/m_2$ .
- β. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας  $m_2$  αμέσως μετά την κρούση.
- γ. Να βρεθεί το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας  $m_1$  που μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας  $m_2$  λόγω της κρούσης.
- δ. Να υπολογισθεί πόσο θα απέχουν τα σώματα όταν σταματήσουν.

Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του επιπέδου και κάθε σώματος είναι  $\mu = 0,1$ . Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

*Εξετάσεις ΓΕΛ 2008*

59) Ένα σώμα  $\Sigma_1$  με μάζα  $m_1 = 1 \text{ kg}$  κινείται με ταχύτητα  $v_1 = 10 \text{ m/s}$  σε λείο οριζόντιο επίπεδο και κατά μήκος του άξονα  $x'x$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.



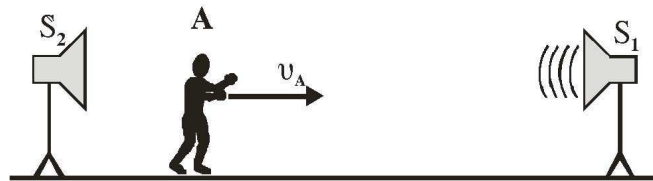
Το σώμα  $\Sigma_1$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 3 \text{ kg}$  που βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με το  $\Sigma_1$ . Η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα και η φορά της ταχύτητας  $v_1$  θετική. Να υπολογίσετε:

- Γ1. την ταχύτητα του  $\Sigma_1$  μετά την κρούση.
- Γ2. την ταχύτητα του  $\Sigma_2$  μετά την κρούση.
- Γ3. την κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων μετά την κρούση τους.
- Γ4. την αλγεβρική τιμή της μεταβολής της ορμής του σώματος  $\Sigma_1$ , λόγω της κρούσης.

*Εξετάσεις Ομογενών 2010*

60) Παρατηρητής A κινείται με σταθερή ταχύτητα  $v_A$  μεταξύ δύο ακίνητων ηχητικών πηγών  $S_1$

και  $S_2$ , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Η πηγή  $S_2$  αρχικά δεν εκπέμπει ήχο, ενώ η πηγή  $S_1$  εκπέμπει ήχο με συχνότητα  $f_1 = 100$  Hz. Να βρείτε:

i) Υπολογίστε την ταχύτητα  $v_A$  με την οποία πρέπει να κινείται ο παρατηρητής, ώστε να ακούει ήχο με συχνότητα  $f_A = 100,5$  Hz.

Κάποια στιγμή ενεργοποιείται και η δεύτερη ηχητική πηγή  $S_2$ , η οποία εκπέμπει ήχο συχνότητας  $f_2 = 100$  Hz.

ii) Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα  $\Delta t_1$  μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ήχου που ακούει ο κινούμενος παρατηρητής.

Η συχνότητα της ηχητικής πηγής  $S_2$  μεταβάλλεται σε  $f_2 = 100,5$  Hz, ενώ ο παρατηρητής  $A$  σταματάει να κινείται.

iii) Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα  $\Delta t_2$  μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ήχου που ακούει ο ακίνητος παρατηρητής.

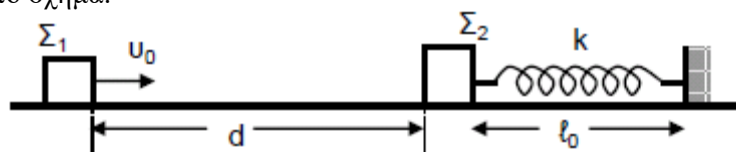
iv) Να υπολογίσετε το πλήθος των ταλαντώσεων τις οποίες εκτελεί το τύμπανο του αυτιού του παρατηρητή  $A$  μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ήχου που ακούει.

Θεωρούμε ότι οι εντάσεις των ήχων των δύο πηγών είναι ίσες και δεν μεταβάλλονται με την απόσταση.

Δίνεται: ταχύτητα διάδοσης ήχου στον αέρα  $v_{\eta\chi} = 340$  m/s.

Επαναληπτικές 2011

61) Σώμα  $\Sigma_1$  με μάζα  $m_1$  κινείται σε οριζόντιο επίπεδο ολισθαίνοντας προς άλλο σώμα  $\Sigma_2$  με μάζα  $m_2 = 2 m_1$ , το οποίο αρχικά είναι ακίνητο. Έστω  $v_0$  η ταχύτητα που έχει το σώμα  $\Sigma_1$  τη στιγμή  $t_0 = 0$  και ενώ βρίσκεται σε απόσταση  $d = 1$  m από το σώμα  $\Sigma_2$ . Αρχικά, θεωρούμε ότι το σώμα  $\Sigma_2$  είναι ακίνητο πάνω στο επίπεδο δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου με αμελητέα μάζα και σταθερά ελατηρίου  $k$ , και το οποίο έχει το φυσικό του μήκος  $\ell_0$ . Το δεύτερο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο τοίχο, όπως φαίνεται στο σχήμα:



Αμέσως μετά τη κρούση, που είναι κεντρική και ελαστική, το σώμα  $\Sigma_1$  αποκτά ταχύτητα με μέτρο  $v_1' = \sqrt{10}$  m/s και φορά αντίθετη της αρχικής ταχύτητας.

Δίνεται ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης των δύο σωμάτων με το οριζόντιο επίπεδο είναι  $\mu = 0,5$  και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

i) Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα  $v_0$  του σώματος  $\Sigma_1$ .

ii) Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρθηκε από το σώμα  $\Sigma_1$  στο σώμα  $\Sigma_2$  κατά την κρούση.

iii) Να υπολογίσετε το συνολικό χρόνο κίνησης του σώματος  $\Sigma_1$  από την αρχική χρονική στιγμή  $t_0$  μέχρι να ακινητοποιηθεί τελικά.

Δίνεται:  $\sqrt{10} \cong 3,2$

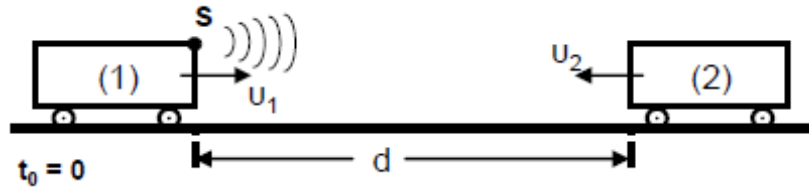
iv) Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου, αν δίνεται ότι  $m_2 = 1$  kg και  $k =$

105 N/m.

Θεωρήστε ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και ότι τα δύο σώματα συγκρούονται μόνο μία φορά.

Εξετάσεις 2013

62) Σε κινούμενο τρένο (1) με ταχύτητα  $v_1$  υπάρχει ηχητική πηγή που εκπέμπει ήχο συχνότητας  $f_s$  για χρονικό διάστημα  $\Delta t_s$ . Τρένο (2) κινείται με ταχύτητα  $v_2$  αντίθετης φοράς και τη στιγμή  $t_0 = 0$  απέχει από το τρένο (1) απόσταση  $d$ . Στο τρένο (1) υπάρχει συσκευή ανίχνευσης των ανακλώμενων στο τρένο (2) ηχητικών κυμάτων. Δίνεται ότι ο ανακλώμενος ήχος στο τρένο (2) έχει την ίδια συχνότητα με τον προσπίπτοντα σε αυτόν ήχο.



i) Αν  $f_1$  είναι η συχνότητα του ήχου που ανιχνεύει η συσκευή, να δείξετε ότι

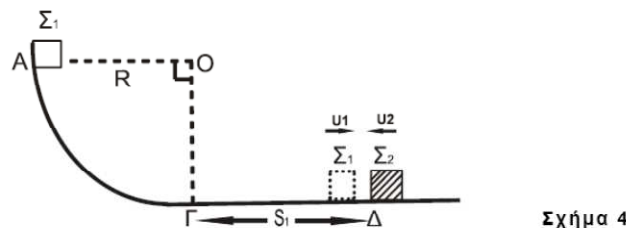
$$f_1 = \frac{(v+v_2)}{(v-v_2)} \cdot \frac{(v+v_1)}{(v-v_1)} \cdot f_s$$

Δίνονται: ταχύτητα ήχου  $v=340$  m/s,  $f_s=1900$  Hz,  $v_1=20$  m/s,  $v_2=20$  m/s,  $\Delta t_s=0,81$ s.

- ii) Αν τη χρονική στιγμή  $t_1 = 6,8$  s η συσκευή αρχίζει να ανιχνεύει τον ανακλώμενο ήχο, να βρεθεί η απόσταση  $d$  που είχαν τα τρένα τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ .
- iii) Ποια χρονική στιγμή  $t_2$  η συσκευή ανίχνευσης των ανακλώμενων κυμάτων σταματά να καταγράφει τον ανακλώμενο ήχο;

Επαναληπτικές εξετάσεις 2013

60) Σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1$  βρίσκεται στο σημείο Α λείου κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου (ΑΓ). Η ακτίνα ΟΑ είναι οριζόντια και ίση με  $R=5$ m. Το σώμα αφήνεται να ολισθήσει κατά μήκος του τεταρτοκυκλίου. Φθάνοντας στο σημείο Γ του τεταρτοκυκλίου, το σώμα συνεχίζει την κίνησή του σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής  $\mu=0,5$ . Αφού διανύσει διάστημα  $S_1=3,6$ m, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά στο σημείο Δ με σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2=3m_1$ , το οποίο τη στιγμή της κρούσης κινείται αντίθετα ως προς το  $\Sigma_1$ , με ταχύτητα μέτρου  $U_2=4$ m/s, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.



i) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος  $\Sigma_1$  στο σημείο Γ, όπου η ακτίνα ΟΓ είναι κατακόρυφη.

- ii) Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  αμέσως μετά την κρούση.
- iii) Δίνεται η μάζα του σώματος  $\Sigma_2$ ,  $m_2=3\text{kg}$ . Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος  $\Sigma_2$  κατά την κρούση (μονάδες 3) και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της (μονάδες 2).
- iv) Να υπολογίσετε το ποσοστό της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος  $\Sigma_1$  κατά την κρούση.
- Δίνεται: η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10\text{m/s}^2$ . Θεωρήστε ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα.

Εξετάσεις 2016